II Copa-Cangur SCM

Les Borges del Camp. Reus. Barcelona (torn 1). 20 de gener de 2015

1. Si escrivim ordenadament i sense cap separació tots els nombres enters consecutius des de l'1 al 2015 obtenim un nombre de moltes xifres:

123456789101112131415....20142015.

La primera xifra d'aquest nombre és l'1, i la dotzena també és un 1. Quina és la xifra que ocupa el lloc 2015è en aquest nombre?

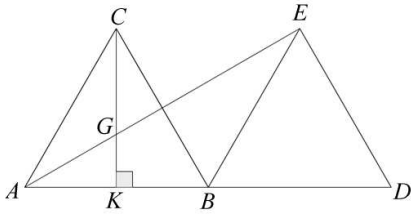
2. En una escola es reparteixen 2 caramels a cada nen, 2 caramels a cada nena i 3 caramels a cada adult. Cada nena se'n queda un i dóna l'altre a algun nen. D'aquesta manera, hi ha 29 nens que acaben tenint 4 caramels i la resta de nens es queda amb 3. Si en total en aquesta escola hi ha 237 persones i s'han repartit 508 caramels, quants nens hi ha a l'escola?

3. Una fotocopiadora tarda una hora en imprimir un cert nombre x de fotocòpies. Una altra fotocopiadora tarda una hora i mitja en imprimir el mateix nombre x de fotocòpies. Si es posen les dues fotocopiadores a imprimir alhora, quants minuts tardaran en imprimir aquest nombre x de fotocòpies?

4. Resoleu l'equació $8^{400} + 4^{601} + 2^{1202} = 9 \times 16^x$.

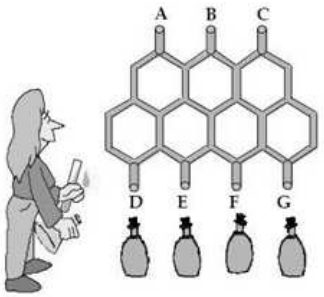
5. Prenem 3 nombres enters positius consecutius el més petit dels quals és múltiple de 5. Multipliquem els tres nombres i el resultat el multipliquem per la suma dels tres nombres. Quin és el nombre enter positiu més gran que podem assegurar que serà divisor del resultat?

6. En la figura, ABC i BED són dos triangles equilàters idèntics. Els punts A, B i D estan alineats i CK és perpendicular a AB. Quin és el valor de l'angle CGA?.

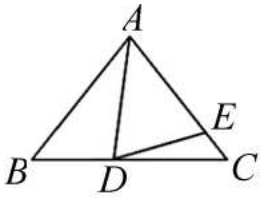


7. Tenim cinc targetes vermelles numerades 1, 2, 3, 4 i 5 (un nombre en cada targeta) i quatre targetes blaves numerades 3, 4, 5 i 6 (un nombre en cada targeta). Estan posades en fila alternant-ne els colors i de manera que el nombre de cada targeta vermella és un divisor de les dues targetes blaves que té al costat, o de l'única targeta blava que té al costat si és una de les cartes dels extrems de la fila. Quant sumen els nombres de les tres targetes centrals?

8. La Maria és una inventora molt creativa i ha ideat la màquina original per a l'envasat d'oli que mostra la figura. En aquesta màquina l'oli entra de manera constant i en la mateixa quantitat pels punts A, B i C i va passant a través dels conductes de l'estructura fins als punts D, E, F, G. Si es volen omplir 1200 botelles iguals i suposant que els canvis de botelles no representen cap pèrdua d'oli ni de temps, quantes botelles s'ompliran pel punt E? ?

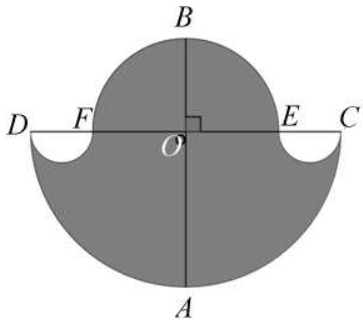


9. En el triangle isòsceles ABC de la figura, $AB = AC$ i $AD = AE$ i l'angle $BAD = 30°$. Quan mesura l'angle EDC?



10. El contorn de la figura de la dreta està format per quatre semicircumferències. Es compleix que $FO = BO = EO$, que $AB = 10$ cm i que $OA = OC = OD$. Quant val l'àrea de la part ombrejada?

Nota: Calculeu l'àrea com $n \cdot \pi$ i en el full de resposta indiqueu n.



11. El preu d'una joguina es rebaixa en un 10 %. Al cap d'un temps, es torna a rebaixar: ara 0,70 €. En total, el preu s'ha rebaixat en un 15 %. Quants cèntims d'euro costa la joguina, ara?

12. Quants nombres enters positius més petits que 10000 compleixen la propietat que el producte de les seves xifres és 84?