

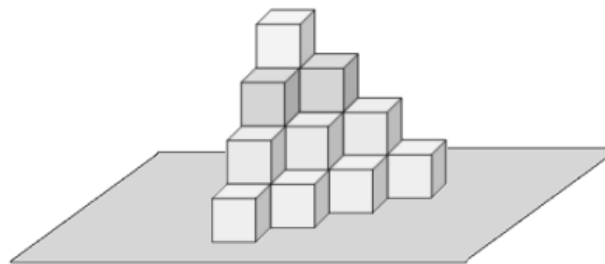
Problema 1. LES COL·LECCIONS DE CROMOS

Com que li agraden molt els temes de la natura, en Joan fa dues col·leccions de cromos, una d'animals i una altra de plantes i, com que encara no té els àlbums, va guardant els cromos que té en 6 sobres, de manera que en cada sobre o bé hi guarda cromos d'animals o bé cromos de plantes, però mai barreja cromos d'animals amb cromos de plantes en un mateix sobre. Les quantitats de cromos que en Joan té en cada un dels sobres són 6, 12, 14, 15, 23 i 29. En Joan, assenyalant un dels sobres, afirma: “*si regalo aquest sobre de cromos em quedaran el doble de cromos d'animals que de plantes*”.

- a) Redacta un raonament senzill per decidir que el sobre al qual es refereix en Joan NO pot ser el de 14 cromos.
- b) Podria ser el de 15 cromos? Per què?
- c) Quants cromos té el sobre al qual es refereix en Joan? Si regala aquest sobre, quants cromos d'animals li queden en total en els altres sobres?
(si creus que hi ha diverses solucions possibles a aquest apartat c), comenta-ho)
- d) Explica com has arribat a les respostes dels apartats c) i d) i procura raonar-ho de manera que també es pogués aplicar encara que el nombre de cromos fos un altre.

Problema 2. LA TORRE DE CUBS

Amb petits cubs tots iguals construïm torres amb una estructura anàloga a la que et mostrem al dibuix. A part dels cubs que es veuen a la figura, és clar que al darrera hi ha d'haver altres cubs; justament hi ha els que fan falta perquè l'estructura s'aguanti (de manera que sempre que cal posem un cub exactament al damunt d'un altre). La torre del dibuix té quatre pisos, però tenim cubs suficients per anar construint torres del mateix tipus de qualsevol nombre de pisos.



Volem posar una enganxina a cada una de les cares visible dels cubs, és a dir, a totes les cares que no estiguin tapades per un altre cub ni recolzant-se al terra.

Nota: Volem posar enganxines tant a les cares que es veuen a la figura inicial com a les cares del darrera i que no quedarien tapades per altres cubs; tot seguit teniu un esquema de dues vistes de la torre per donar idea d'això que diem:



- a) Segons la quantitat de pisos que tingui la torre podrem posar-hi un nombre determinat d'enganxines. Copia una taula com la següent al full de respostes i completa-la.

Nombre de pisos	1	2	3	4	5	6
Nombre d'enganxines que cal posar						

- b) Calcula quin nombre d'enganxines seran necessàries per una torre de 20 pisos. A part de donar la resposta numèrica cal que expliquis el procediment que has fet servir, que no hauria de ser, de cap manera, dibuixar tota la torre de 20 pisos en les dues vistes, la del davant i la del darrera. Tal vegada et pot ajudar pensar com es pot passar de la quantitat d'enganxines que fan falta per a una torre d'un cert nombre de pisos, a la quantitat que es necessiten per a una torre d'un pis més.
- c) Per posar enganxines a una altra torre més alta n'hem necessitat exactament 2325. Quants pisos té aquesta torre? Explica com ho has calculat.

Problema 3. NOMBRES ACOLORITS

Tenim una bossa amb moltes fitxes numerades des de l'1 fins el 2009 de manera que hi ha unes quantes fitxes de cada número. Ens encarreguen que pintem les fitxes de colors: roig, verd o blau. Haurem de pintar totes les fitxes, cada una d'un dels tres colors roig, verd o blau; haurem de pintar totes les fitxes del mateix número amb el mateix color i, per fer-ho, haurem de seguir les instruccions següents:

- Podrem triar el color d'alguna o d'algunes fitxes, però de manera que no arribem a contradicció amb les dues instruccions següents.
- Si el número d'una fitxa es pot obtenir com a suma dels números de dues fitxes blaves (iguals o diferents), aquella fitxa la pintem de color verd.
- Si el número d'una fitxa es pot obtenir com a suma dels números de dues fitxes verdes (iguals o diferents), aquella fitxa la pintem de color blau.

L'Albert, la Berta i la Diana intenten realitzar l'encàrrec de diverses maneres, triant el color d'algunes fitxes i mirant si arriben o no a contradicció.

cas I) L'Albert diu que vol pintar de color verd les fitxes que tenen el número 1.

Si ho fa així,

- a) De quin color hauria de pintar les fitxes que porten el número 2? I les que porten el 4, i el 5, i el 7, i el 8 i el 10? Explica com ho veus i, si vols, afegeix a la llista algun altre número que sàpigues segur de quin color ha de ser.
- b) Podria l'Albert pintar les fitxes amb el 3 de color verd? Per què?
(recorda que s'han de seguir les instruccions donades sense entrar en contradicció)
Podria pintar blaves les fitxes amb el 3? Per què?
Amb les fitxes 6 i 9, passa el mateix que amb el 3? Explica-ho.
- c) Escribeu els números de l'1 al 10 indicant els colors amb què l'Albert ha d'acolorir les fitxes amb aquests nombres i digues si veus alguna seqüència que et permeti saber, sense necessitat de pensar en tots els números intermedis, de quin color ha de pintar les fitxes amb el 381. I les que tenen el 2009? Explica-ho.

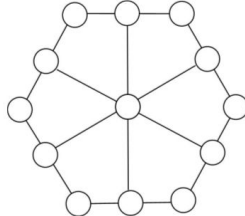
cas II) La Berta diu que vol pintar les fitxes amb l'1 de color blau i les fitxes amb el 3 també de color blau. Podrà acabar l'encàrrec si ho fa així o arribarà a alguna contradicció? Raona la teva resposta.

cas III) Ara li toca el torn a la Diana. Ella diu que vol pintar les fitxes 1 de color roig i les fitxes 2 de color verd. Ajuda-la i fes una llista d'altres números (que no cal que siguin seguits) que sàpigues quin de quin color s'han de pintar, explicant per què han de ser del color que dius.

(pensa en les condicions que s'han de complir però examina també altres possibilitats per veure si s'arriba a contradicció... i pensa també en el temps que tens per fer la prova, no dediquis massa estona a aquest exercici!)

Problema 4. L'HEXÀGON

Treballaràs amb un esquema com el següent, on es veu un hexàgon i tres diagonals de l'hexàgon i s'han dibuixat uns cercles en els vèrtexs.



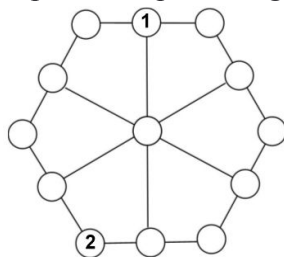
Volem col·locar-hi els números de l'1 al 13, un en cada cercle, de manera que la suma de tres números alineats sigui sempre la mateixa. Adona't que això s'ha de complir en nou ocasions: per cada grup de tres números situats en un costat de l'hexàgon i per cada grup de tres nombres situats en una diagonal.

(tens un full auxiliar amb hexàgons per fer proves; pots demanar-ne un altre si et fa falta... però no t'oblidis d'entregar tots els fulls, i si fas càlculs en aquest full, també hauràs d'entregar-lo)

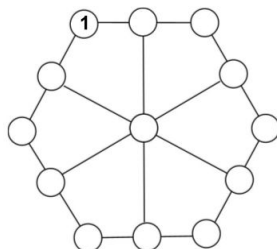
Et demanem que raonis les qüestions que se't demanen seguidament.

- a) Estudia quin número ha d'ocupar sempre la posició central i quant han de sumar els tres números col·locats en cada una de les línies i explica com ho has pogut deduir.
(segons com ho facis pot ser que trobis primer la suma o que trobis primer el nombre central o que el teu raonament permeti saber les dues coses alhora. Per això és molt important que expliquis com ho has vist)

- b) Completa l'esquema següent de manera que es compleixi l'enunciat.



- c) Busca una manera de completar l'esquema següent perquè es compleixi l'enunciat.



- d) Hi ha una altra solució de l'apartat c) diferent de la que puguis haver trobat i que no es pot obtenir a partir de l'anterior mitjançant girs o simetries. Intenta trobar-la i explica el raonament que has fet.