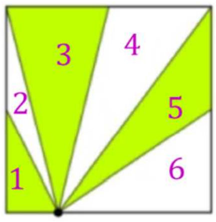
1) Mirant per aquest ordre la quarta fila, la primera columna i la quarta columna podem deduir els valors de S=4, T=3 i R=2. Després en la primera (o tercera o cinquena) fila i en la segona trobem dues relacions entre Q i M que ens permeten veure que Q=1, M=0. La resposta és RMRQ.

2) Podem escriure N=7p+4=7(p+1)-3 i N=5q+2=5(q+1)-3. A partir d'aquí es veu que N+3 ha de ser múltiple de 7 i de 5, idò ho és de 35 i aleshores ja deduïm que el residu de dividir N per 35 és 32. (La dada que N ha de ser més gran que 100 no introdueix cap condició)

3)

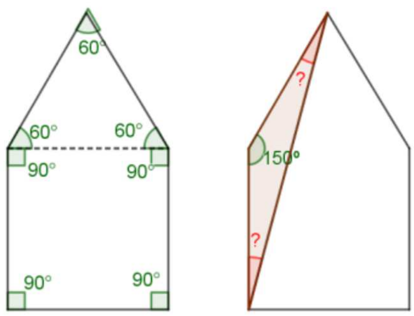


Observeu que els triangles 1 i 2 tenen la mateixa àrea; el 3 i el 4,també; el 5 i el 6, també. Per tant la zona acolorida ocupa la meitat del quadrat.

4) Si considerem els codis ordenats de 4 xifres escrits de manera que cada posició sigui un 0, un 1 o un 2, n'hi ha $3^4 = 81$. En els codis començats amb algun 0, que serien números escrits incorrectament esborrem el 0 a l'esquerra i ja tenim els números simples que interessen. El 0000 no l'hem de comptar, que el 0 no és pas un nombre positiu. Resposta, doncs, 80.

---

5) Si mirem bé el que diuen la Sara i la Maria pensant que cadascuna diu una veritat i una mentida arribem a la conclusió que ho ha d'haver fet la Sara o la Maria. Si les frases d'en David són respectivament veritat i mentida, ho ha d'haver fet la Maria. Les dues frases d'en David no poden ser mentida i veritat en aquest ordre perquè resultaria que ho han fet la Sara i l'Icham, tots dos; per tant la primera és veritat i la segona mentida. No ho han fet ni la Sara ni l'Icham i ja podem deduir que ho ha fet la Maria. És clar que a la mateixa conclusió arribem si mirem les frases de l'Icham.



6)

Observeu que es pot descompondre el pentàgon en un quadrat i un triangle equilàter.

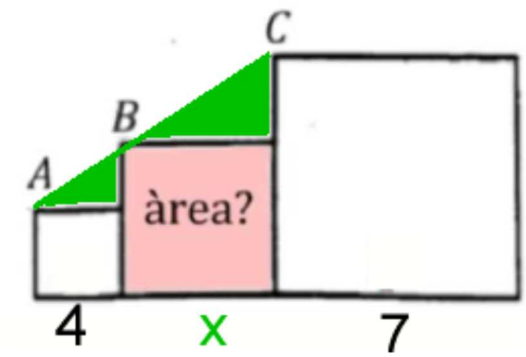
Per altra banda el triangle acolorit és isòsceles i té un angle de 150º. Els altres dos són, doncs, de 15º.

7) Venen T=3, R=2. Es pot fer per altres raonaments però suggerim l'àlgebra. Si posem e, r, a el que costen un entrepà, un refresc, una bossa d'ametlles l'enunciat ens diu

$e + r = 3r + 2a$ i també $5a = 2r$. D'aquí surt ràpidament $e = 7a$.

8) És clar que no hi pot ser el 0. El 5 tampoc no convé perquè el nombre hauria d'acabar en 5 i no seria divisible per 2, ni per 4, ni per 6, ni per 8, i ben segur que no assoliríem el màxim de xifres possibles. Sense el 0 i el 5, les altres xifres sumen 40. Per a tenir un múltiple de 9 "ens sobra" el 4. Es pot trobar un nombre amb les xifres 1, 2, 3, 6, 7, 8, 9 múltiple d'aquestes set xifres; per buscar-lo, comenceu pensant en els múltiples de 8.

9)

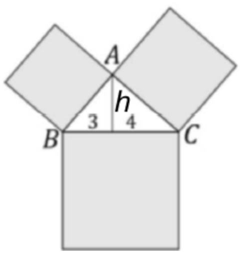


Els dos triangles rectangles verds són semblants. El de l'esquerra té catets 4 i x-4; l'altre té catets x i 7 – x. Si s'escriu la proporcionalitat surt x^2 = 28.

10) És M=28. Si fins ara s'han jugat p partits l'enunciat ens diu que s'han fet 28 p gols. Després serà (28p+66)/(p+2) = 29. No es preguntava p (que surt p=8) sinó el total de partits.

Propina 1)

És clar que el quadrat sobre la hipotenusa té àrea 49. Si es coneix el teorema del catet ens dona ràpidament les mesures dels catets. Si no:



Els quadrats dels catets (que són les àrees demanades) valen 9+h^2 i 16+h^2, que han de sumar 49. I així es troba h i les àrees.

Propina 2)

Indiquem els ordres d'arribada possibles i quantes vegades s'han donat (a,,b,c,d,e,f són >0)

LMN a
LNM b
MLN c
MNL d
NML e
NLM f

L’enunciat ens diu
(1) a+b+c+d+e+f= 20; (2) a+b+f=12; (3) a+c+d=11; (4) d+e+f=14
i es demana e+f.

De (1) i (2) obtenim (5) c+d+e=8 i d’aquí i (4) obtenim f-c=6 i per tant f>=7

De (1) i (3) obtenim (6) b+e+f=9 i per tant b=9-(e+f), que ha de ser positiu. Només pot ser f=7, e=1.

Propina 3)

Es pot entendre que ha de ser: al fill doble que a la vídua, a la vídua doble que a la filla. Per tant si a la filla li toca 1, a la vídua 2, i al fill 4. Dividim 3500 entre 7 i acabem de seguida.

PROPINA 2)

Posex, y, z, t, u, v, respectivament, les vegades que ’handonat els ordres LMN, LNM, MNL, MLN, NML, NLM. Si ho mirem bé l’enunciat ens diu

(1) x+y+z+t+u+v=20

(2) x+y+v=12

(3) x+z+t=11

(4) z+u+v=14

i ens interessa trobar el valor de u+v, quantes vegades ha guanyat la Nadia. Es tracta d'un sistema indeterminat, un concepte poc treballat a l'ESO; però veurem que si busquem solucions positives podem treure conclusions.

Si substituïm (3) x+z+t=11 en la primera equació (o, dit d'una altra manera, si comptem quants cops la Nadia va arribar abans que la Marina) trobem (5) y + u + v = 9

Si ara comparem (4) i (5) deduïm la relació (6) z= y+5

Si substituïm z per y+5 en (3) i després comparem l'equació (2) amb la (3) modificada trobem la relació (7) $v=t+6$.

I amb això i el fet que les solucions han de ser nombres enters positius ja podem acabar perquè deduïm que v ha de ser $v\geq 7$ i això, traslladat a (5) ens força a que $v=7$, $u=1$, $y=1$. I per tant $v+u=8$.