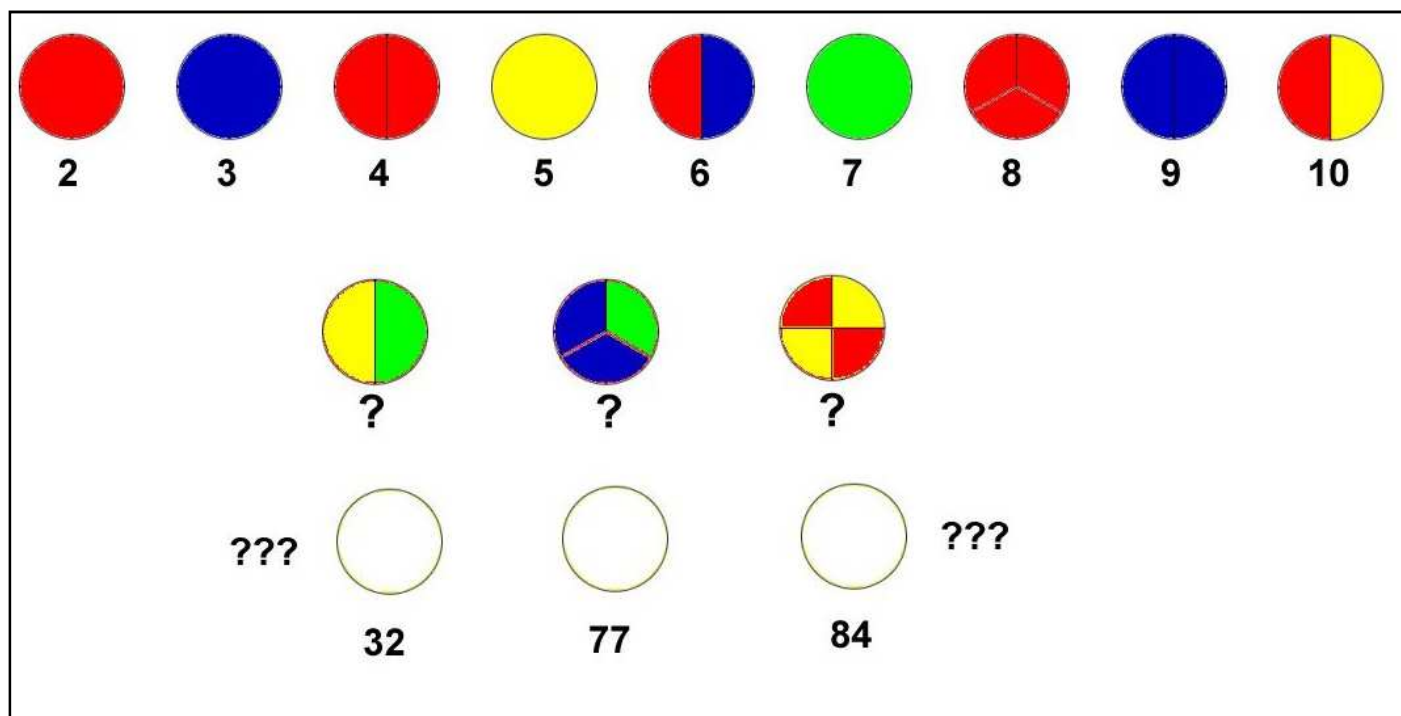


Problemes a l'esprint, curs 2014/2015

Jornada matemàtica d'entrega de premis



Una activitat convocada per



amb la col·laboració de



Palau Mercader. Cornellà de Llobregat
27 d'octubre de 2015



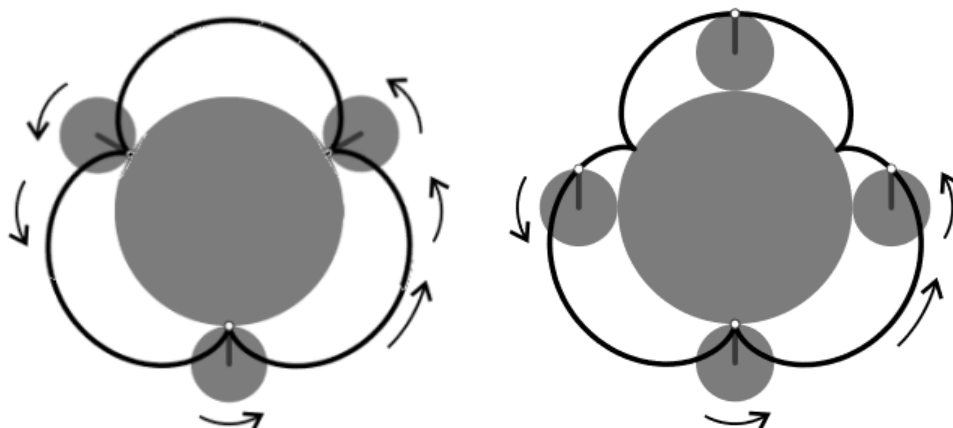
(Explicació per part d'un dels professors del mmaca)

Els engranatges i el moviment Terra-Sol

Imagineu que fem girar una rodeta de 20 dents al voltant d'una base circular amb 60 pius.

Quantes voltes sobre ella mateixa farà la rodeta quan completi una volta sobre la base?

Les dues imatges que teniu tot seguit plantegen un dubte pel que fa a la resposta a la pregunta anterior.



L'explicació que us faran permetrà passar de la imaginació a la visualització i ens permetrà reflexionar sobre el moviment terra-sol i els conceptes de dia solar i dia sideri.

Referència:

Trobareu un article molt interessant per a ampliar coneixements a
<http://www.raco.cat/index.php/Noubiaix/article/view/291933/380440>

(Títol: *Epícicloides, hipocícloides i engranatges*. Nou Bixaix, revista de la FEEMCAT i la SCM, desembre de 2014)

Les sales del mmaca

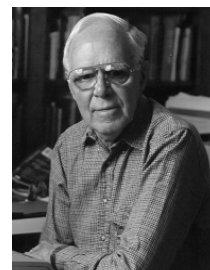
Les sales del Museu de Matemàtiques de Catalunya estan dedicades a diverses personalitats en el món de la didàctica i la divulgació de les matemàtiques. Tot seguit expliquem breument qui van ser aquestes persones.

Emma Castelnuovo (Roma, 12 de desembre de 1913 - 13 d'abril de 2014) era una matemàtica i pedagoga italiana. Es va graduar al 1936 a la Universitat de Roma i com que era d'ascendència jueva, entre els anys 1938 i 1943 es va haver de refugiar dels nazis. Després de la guerra, es va reincorporar a l'ensenyament i les seves aportacions són fonamentals per a la didàctica de les matemàtiques (de manera especial la geometria). El seu esperit era transmetre la bellesa de les matemàtiques als seus alumnes, que pensessin per ell mateixos i fossin creatius, i així esdevenien el centre del procés d'aprenentatge. Emma Castelnuovo va visitar Catalunya en diverses ocasions i això va fer que esdevingués un referent per a un important grup de professors i professores de casa nostra.





Martin Gardner (Tulsa, 21 d'octubre del 1914 – Norman, 22 de maig del 2010) fou un conegut matemàtic i divulgador científic nordamericà especialitzat en les matemàtiques recreatives, potser la persona més destacada en aquest aspecte durant el segle XX. Ha publicat més de 70 llibres i ha estat autor de la columna *Mathematical Games* a la revista *Scientific American* des de 1956 al 1981. Al **mmaca**, com en molts altres llocs, cada octubre es fa una *Jornada Martin Gardner* i, amb la col·laboració del **mmaca**, justament el dia del centenari del naixement de Martin Gardner es va fer l'entrega de premis dels *Problemes a l'Esprint* amb una jornada lúdico-matemàtica, com avui.



George Pólya (Budapest, 13 de desembre de 1887 - Palo Alto, 7 de setembre de 1985) va ser un matemàtic hongarès. Va exercir de professor de matemàtiques a Suïssa entre el 1940 i el 1953 i, més tard, a la Universitat de Stanford (Califòrnia, EUA). Va aprofundir en molts temes (geometria, àlgebra, probabilitat i combinatòria) però potser la seva aportació més destacada va ser l'estudi sobre la resolució de problemes matemàtics. El seu llibre *Com plantejar i resoldre problemes* (títol original en anglès: *How to solve it*) és "un llibre de capçalera" en aquest àmbit.



Pere Puig Adam (Barcelona, 12 de maig de 1900 - Madrid, 12 de gener 1960) fou un pedagog i matemàtic català. Enginyer industrial i doctor en matemàtiques, va ser un brillant, encara que bastant poc conegut, didacta de les matemàtiques i la geometria. El 1926 va obtenir la càtedra de matemàtiques de l'Institut San Isidro de Madrid (en aquella època hi havia molt i molt pocs instituts) on va estar fins a la seva mort. Des de l'any 2000, cada 12 de maig, se celebra el Dia escolar de les matemàtiques, coincidint amb l'aniversari del seu naixement.



Lluís Antoni Santaló i Sors (Girona, 9 d'octubre de 1911 – Buenos Aires, 22 de novembre de 2001) fou un matemàtic català de fama internacional, que es va haver d'exiliar a l'Argentina per la guerra civil espanyola i allà exercí de professor a diverses universitats i publicà la majoria dels seus treballs. Especialista en geometria i probabilitat, fou un prestigiós professor universitari, divulgador científic i expert en didàctica de les matemàtiques. Va ser pioner i millor exponent de l'estudi de la *geometria integral*, fonament teòric fonamental per a l'elaboració d'escàners i resonàncies magnètiques.



(les cinc persones que donen nom a les sales del **mmaca** s'han referenciat per ordre alfabètic del cognom)



(Per treballar a la sala; en equip o individualment)

Joc de posar fitxes numèriques

Heu de col·locar totes i cada una de les fitxes o bé en el cercle, o bé en el quadrat o bé en el triangle per a obtenir com a resultat de les sumes que s'indiquen al paràgraf següent els tres nombres indicats just a sobre de cada figura. Si poseu una fitxa en una regió que no tingui la mateixa forma que la fitxa, aleshores suma tants punts com indica, però, **atenció! el valor d'una fitxa es duplica si es posa en la regió que té la seva mateixa forma.**

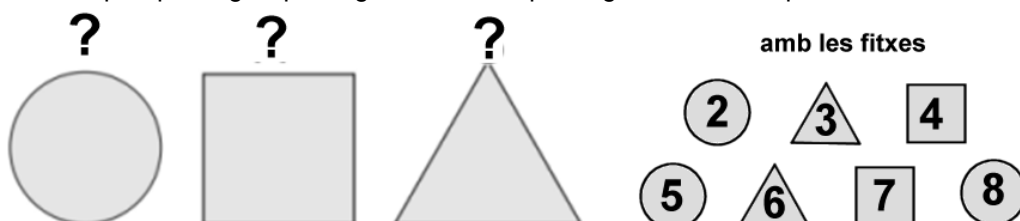
Repte 1



Repte 2



Proposta 3. Pensa un repte que segur que tingui solució i el planteja a una altra persona



Tot seguit pots escriure la solució del repte que t'ha plantejat alguna companya o algun company,



- **Per pensar una mica.** Quina és la màxima suma (total del cercle més el quadrat més el triangle) que es pot obtenir amb aquestes fitxes? I la mínima? Creus que es poden obtenir tots els valors intermedis?

Amb el material de la sessió que us donarem teniu uns exemplars d'aquest joc del **mmaca** i també heu de saber que a la web de l'esprint tindreu (amb el material per descarregar) una aplicació feta amb el GeoGebra, per practicar! **posafitxes.ggb**

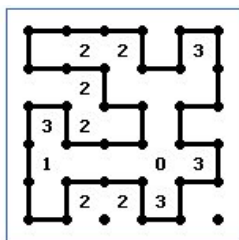


(Teniu en aquesta pàgina algunes propostes per treballar a la sala; en equip o individualment. Són per si us queda temps després dels interrogants de la portada, el joc de fitxes i una estona de trifectes.)

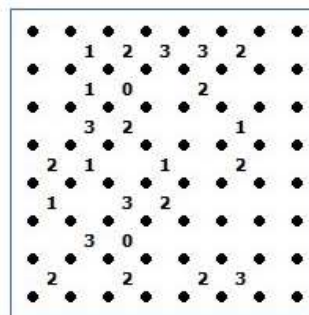
• Puzzle-loop, Sliter Link, o el joc del corral

En aquest joc es tracta de construir, segment a segment, un polígon tancat ("un corral"). Al tauler del joc apareixen uns nombres i es tracta de construir el polígon de manera que el nombre de segments que envolten cadascun dels nombres sigui justament el que indica el nombre. On no hi ha cap nombre s'hi poden posar tants segments com sembli convenient per a reeixir en l'objectiu del joc.

Un exemple:



Un repte:

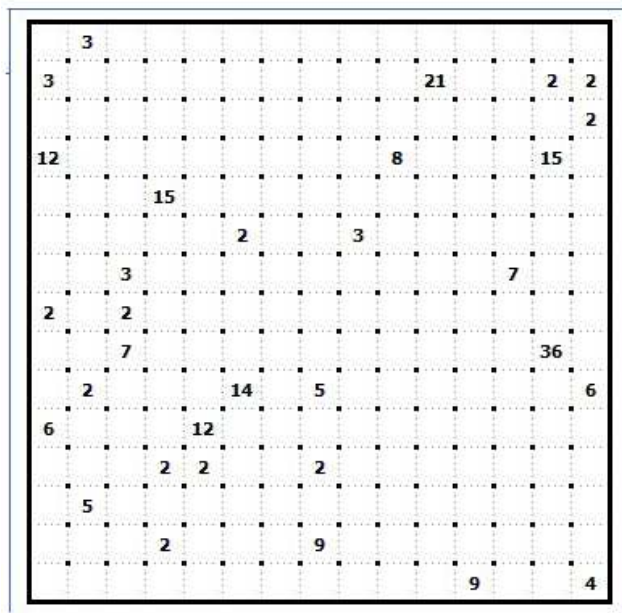
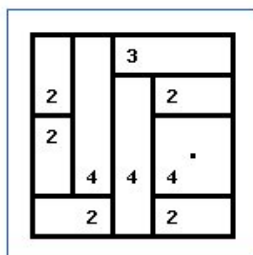


• Shikaku o el joc dels rectangles (per treballar la divisibilitat i l'àrea del rectangle)

Es tracta de descompondre el tauler quadrat del joc en rectangles (que també poden ser quadrats) de manera que cada rectangle tingui a l'interior un nombre que en representi exactament l'àrea.

Els rectangles (que naturalment han de ser de costats paral·lels als del quadrat inicial) no poden encavalcar-se i han de recobrir exactament el tauler.

Aquí sota teniu un exemple (fàcil) resolt i a la dreta un repte (més difícil!):



Referència:

El *joc del corral* està implementat en un dels mòduls del **mmaca**, a la sala Martin Gardner.

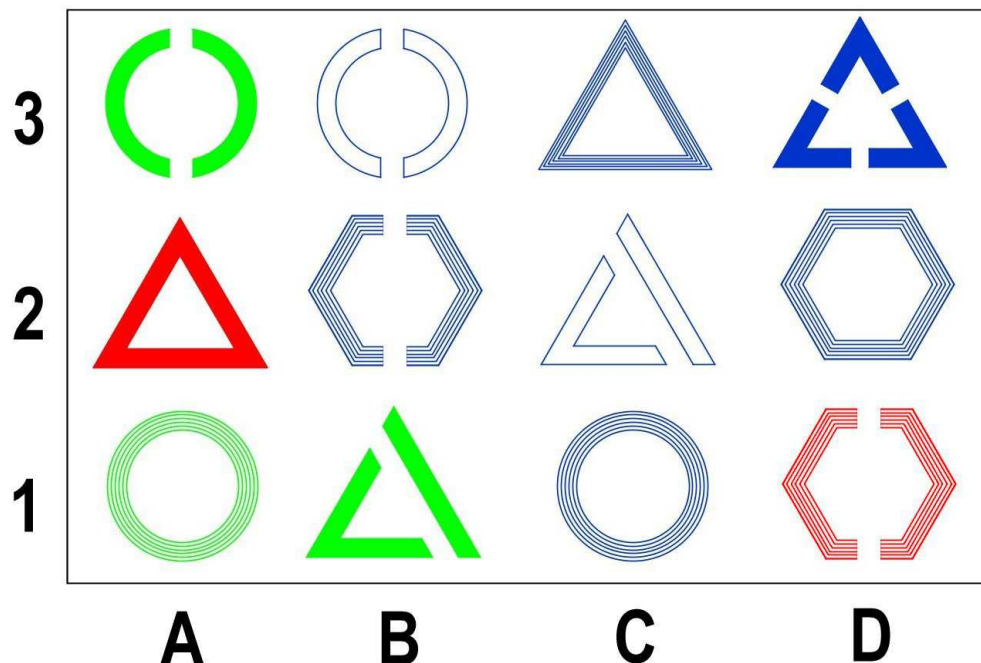
Podeu llegir les instruccions i veure exemples d'aquests dos jocs (i d'altres que, com aquests, fan pensar força) i practicar-los en línia a la xarxa, pàgines <http://www.puzzle-loop.com/> i <http://www.puzzle-shikaku.com/> (que des de l'una es pot anar a l'altra per uns enllaços de la part inferior de la pàgina)



(Per treballar a la sala; en equip o individualment)

El joc de les trifectes

Mireu aquesta imatge:



A dintre del rectangle hi podeu veure figures de tres formes diferents (4 cercles, 3 hexàgons, 5 triangles). Hi ha figures de tres colors (2 vermelles, 3 verdes, 7 blaves). Hi ha 5 figures d'una peça, 6 de dos trossos i 1 de tres trossos. Hi ha figures de tres textures diferents (4 plenes, 6 ratllades, 2 buides). Les lletres A, B, C, D i el snúmeros 1, 2, 3 només serveixen per a indicar-les. Així, A1 és un cercle, verd, de ratlles i tota d'una peça.

Una **trifecta** és un conjunt de tres figures que, per cadascuna de les quatre característiques anteriors, o bé totes tres figures tinguin el mateix valor o bé totes tres tinguin valors diferents.

A la dreta teniu un exemple de trifecta, formada per les figures que podem identificar com A2-B1-D3. Observeu que...

- totes tenen el mateix valor per a la forma (són triangles)
- totes tenen el mateix valor per a la textura (plenes)
- tenen tres valors diferents per al nombre de trossos (1, 2, 3)
- tenen tres valors diferents del color (vermell, verd, blau)



Repte: En el conjunt de dotze figures que teniu a dalt hi ha **sis trifectes** (la que donem com a exemple i cinc més). Sabríeu trobar-les?

- A l'enganxina que teniu a la carpeta amb el material podeu fer una altra recerca de sis trifectes. En aquest cas, la web qualifica el problema de "més senzill" (i segurament ho és!) perquè el valor d'una de les característiques coincideix per a totes les figures (totes tenen la mateixa textura).

Referència (amb possibilitat de jugar-hi en línia) <http://thebreretons.com/trifecta/>



(Dues propostes més... per si us queda temps o per quan us pugui interessar)

• El joc del 24

En aquest joc es consideren quatre nombres de l'1 al 9 triats a l'atzar. Es tracta d'aconseguir un resultat de **24** fent operacions elementals amb aquests nombres (suma, resta, multiplicació, divisió) i amb la condició que els hem de fer servir tots exactament el nombre de vegades que apareguin al tauler de joc.

Exemples:

- Amb els nombres 4, 9, 2, 6. Podem fer $9 \times (4 - 2) + 6 = 24$ i també $(9 - 6) \times 4 \times 2 = 24$ i potser encara veieu alguna altra possibilitat.
- Amb els nombres 6, 3, 3, 2. Podem fer $6 \times 3 + 3 \times 2 = 24$ i també $(6 - 2) \times (3 + 3) = 24$. Si voleu buscar alguna altra manera, penseu que sempre hem de fer servir dos 3, un 6 i un 2.

Cinc reptes:



- Potser pensareu que el primer "és molt fàcil". A veure si ho sabeu fer de tres maneres!
- Per al segon i per al tercer hi ha diverses possibilitats. Segur que en trobareu alguna. Però ho aprofitem per dir que no cal que totes les operacions parcials donin com a resultat un nombre enter. En el segon cas podem fer $(2 + \frac{2}{3}) \times 9 = 24$.
- Els dos últims es consideren "difícils" (o "molt difícils"). Cal fer servir fraccions "amb gràcia".

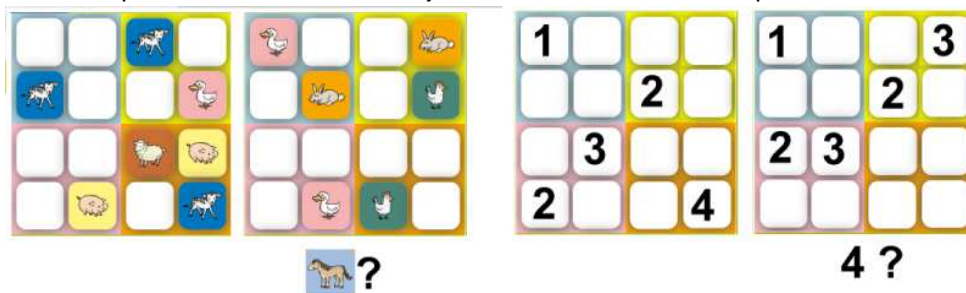
• Minisudoku o Sudoku 4x4

En els mòduls del **mmaca**, a la sala Martin Gardner n'hi ha un dedicat als quadrats grecollatins.

El joc del **sudoku**, en certa manera, tracta d'un quadrat llatí que s'ha d'omplir amb certes condicions.

Ara proposem una petita reflexió sobre el minisudoku o sudoku 4 x 4. S'ha d'omplir una quadrícula de 4 x 4 amb els nombres de l'1 al 4 (o amb quatre objectes diferents) de manera que en cada fila, en cada columna i en cada una de les subquadrícules de 2 x 2 aparegui una vegada cadascun dels nombres (o objectes). En cada problema es donen algunes caselles plenes de manera que la solució sigui única.

Dos exemples de minisudokus d'un joc infantil i uns altres exemples:



I unes preguntes (potser per als grans): Podríem determinar un minisudoku donant només dades en 4 caselles? Quines caselles i quines dades? I donant-ne només 3? Quants taulers diferents de minisudoku, una vegada plens, poden existir?

Referències:

Per al joc del 24 (informació i possibilitat de jugar-hi en línia) podeu cercar un element de l'Arc amb aquest joc o bé podeu accedir a <http://www.estalmat.org/joc24>. (pot ser que aviat l'adreça hagi canviat a www.estalmat.cat).

Per a estudiar els quadrats grecollatins us recomanem aquest article del blog Calaix +ie:

<http://calaix2.blogspot.com.es/2013/11/quadrats-greco-llatins-un-joc-util.html>




Concurs *Problemes a l'esprint*.

Acte d'entrega de premis. 27 d'octubre de 2015

(per treballar en equip en els mòduls del museu, a la **sala Martin Gardner**)

Empaquetament de cilindres

En una de les convocatòries dels Problemes a l'esprint de les quals avui celebrem l'entrega de premis es va proposar un problema suggerit per un dels mòduls del **mmaca**.



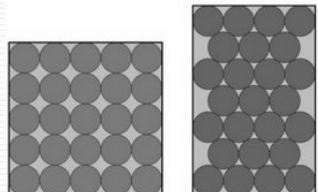

En una empresa han de dissenyar una capsa per transportar 25 llaunes de refresc.

Dubten entre els dos dissenys que teniu a la dreta i volen saber amb quin dels dos s'aprofita millor l'espai (és a dir en quin dels dos casos, capsa quadrada o capsa rectangular, resulta que el percentatge de capsa ocupat per les llaunes és més gran.)

Al formulari de resposta haureu d'indicar quin és el disseny més eficient i quin és el percentatge ocupat per les llaunes en aquest cas.

Nota: haureu de donar el percentatge arrodonit a un nombre enter, que naturalment és de dues xifres

Dedicat al primer aniversari de l'exposició permanent a Cornellà del mmaca

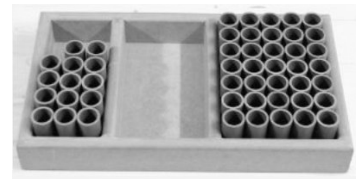


Avui us demanem que penseu (o que torneu a pensar) sobre aquest tema.

En el mòdul del **mmaca** veureu una capsa amb tres compartiments amb uns cilindres.

Siensem que el diàmetre de la base dels cilindres és de 1 unitat, les mesures d'aquests compartiments són de 3×7 , 4×7 i 5×7 .

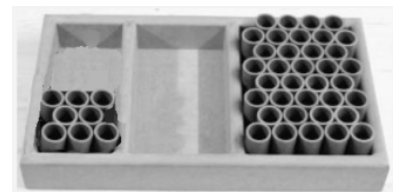
Quants cilindres podem posar en cada compartiment?



Segur? Potser n'hi podríem posar més?

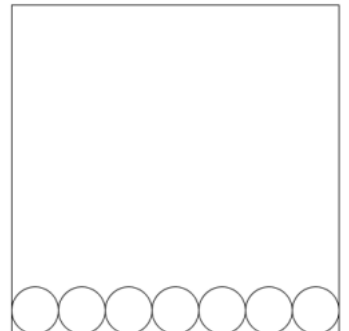
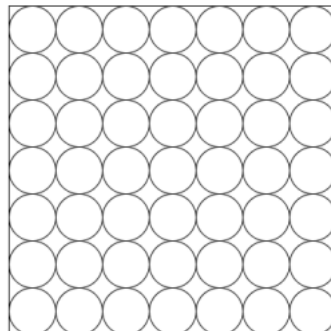
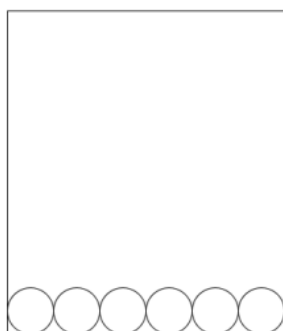
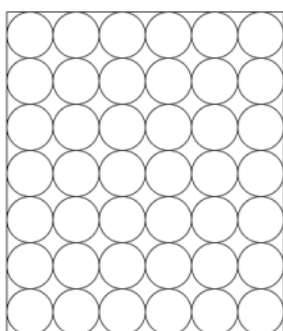
L'enunciat del problema que us hem mostrat ja suggereix que hi ha una altra manera d'empaquetar cilindres, que s'anomena *triangular*.

Quants cilindres podem posar en cada compartiment d'aquesta manera?



Quin us sembla que és el màxim nombre de cilindres que podríem posar en un compartiment de 6×7 ?

I en un compartiment de 7×7 ? Creieu que es podria generalitzar?





El joc dels gratacels

Teniu al museu un mòdul que presenta una versió feta en fusta de colors i amb unes dimensions que afavoreixen la col·laboració entre varies persones d'un joc que vam conèixer a partir d'una proposta dels membres de *Kangourou-Italia*.

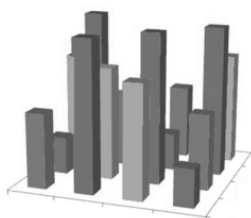


Un quartiere della città di New York è stato rappresentato con una griglia 4x4. Ogni casella di una griglia 4x4 contiene un immobile di 10, 20, 30 o 40 piani. Gli immobili di una stessa linea, riga (= linea orizzontale) o colonna (= linea verticale), sono tutti di taglia differente.

Ogni informazione fornita sui bordi della griglia ("indizio") indica il numero di immobili visibili sulla linea corrispondente per un osservatore posto nella posizione in cui si trova l'informazione.

Naturalmente quando i bordi di una griglia sono completi di indizi, non tutti questi indizi sono indispensabili, ma, dal momento che una soluzione esiste, essi sono sempre compatibili fra loro.

Vegeu-ne un exemple:



	1	4	2	2	
1	40	10	20	30	2
2	30	20	10	40	1
3	10	30	40	20	2
2	20	40	30	10	3
3	1	2	3		

el de 20 i el de 40

el de 30 i el de 40

El document original fa uns suggeriments sobre "**regles de deducció**". Podeu pensar "què dirà" cada una de les regles següents. (algunes de les que haureu de fer servir per completar una graella).

Aneu amb compte de treure com a conclusions només les que són segures.

Le Regole de Deduzione

- o *La regola del 4.* Se un indizio vale 4, ...
- o *La regola dell'1.* Se un indizio vale 1,...
- o *La regola del 1-2.* Se gli indizi 1 e 2 sono opposti agli estremi della stessa linea,...
- o *La regola dell'ultimo.* Quando si sono posizionati tre immobili della stessa altezza...

L'objecte del joc, com heu pogut llegir, és completar una graella a partir de les pistes ("indizis") que es donen. En el mòdul del mmaca les teniu escrites en unes tires quadrades de paper, que haureu de col·locar al voltant del tauler. Això és més fàcil si es donen totes les pistes possibles (encara que siguin reiteratives) i no ho és tant si es donen les mínimes que permeten completar la graella unívocament. Podeu resoldre dos o tres problemes dels que es plantegen. Podeu començar per un cas que tingui totes les pistes i després fer algun altre cas amb menys pistes.

Si us sembla, quan hagueu resolt un cas, podeu enviar-ne una foto a concursosscm@gmail.com en què es vegi, a més del problema resolt, l'etiqueta que teniu a la carpeta per identificar el grup que l'envia. A la web en publicarem una mostra.

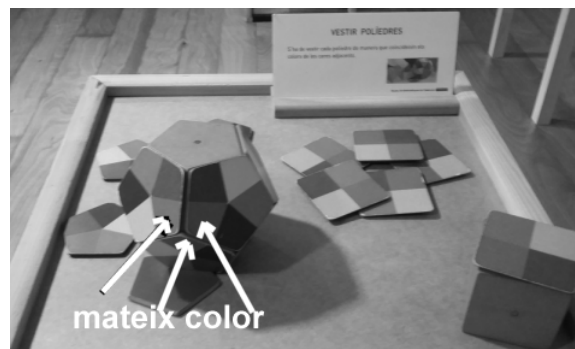
Referències

Amb el material de la sessió us podreu descarregar el document original complet i un altre del qual aquest n'és un resum. Podeu trobar el joc comentat a <http://www.recercaenaccio.cat/basic/missatge-2-el-joc-dels-gratacels/> i hi podeu jugar en línia a <http://www.recercaenaccio.cat/jocs-i-recursos-educatius/gratacels/>



Vestir políedres

En aquest mòdul (n'hi ha dos a la sala) es tracta d'envoltar cadascun dels políedres que hi teniu amb peces de colors, de manera que en cada vèrtex coincideixen sempre els colors dels polígons que hi concorren (un de cada cara).

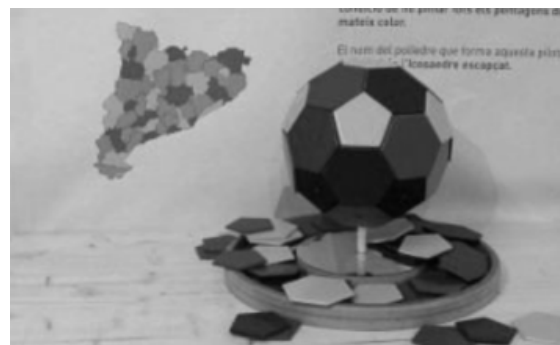


Tot pintant la pilota

És un mòdul que serveix a comprovar el *Teorema dels quatre colors*, que diu que és possible pintar qualsevol mapa amb només quatre colors de manera que dues regions que comparteixin un costat siguin de diferent color.

En comptes de fer-lo sobre un mapa pla, en el corresponent mòdul del **mmaca** es proposa que es faci amb una pilota de futbol, que s'ha de recobrir amb hexàgons i pentàgons imantats de diferents colors.

És més complicat del que sembla, tot i que si llegiu amb atenció el plafó de presentació del mòdul segurament tindreu una idea per avançar més ràpid cap a la solució. Tanmateix, si teniu temps, no renunciieu a trobar una de les solucions "més complicades"



Si us ha tocat treballar amb un d'aquests mòduls aprofiteu que les dimensions que té afavoreixen un bon treball en equip.

Si reeixiu en el repte, podeu fer una foto de la solució que heu trobat i enviar-la per email a

concursosscm@gmail.com

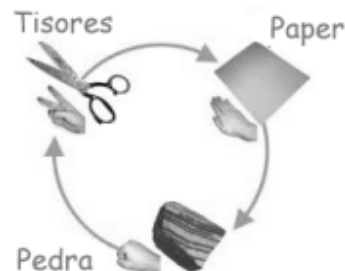
(no us oblideu de que es vegi la identificació de l'equip). A la web en publicarem una mostra.



Pedra, paper, tisores

Estem acostumats a relacions d'ordre. Si en Joan és més jove que l'Anna i l'Anna és més jove que la Maria, sabem que en Joan és més jove que la Maria. Aquesta propietat d'una relació se'n diu *la transitivitat*.

Però no sempre passa això. En el joc *Pedra, Paper, Tisores* sabeu que la pedra guanya a les tisores, les tisores guanyen al paper i el paper guanya a la pedra. Hi ha dos mòduls al **mmaca** que presenten situacions com aquesta, en què no hi ha transitivitat.



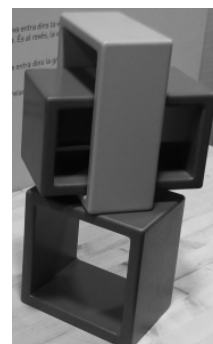
(per treballar en equip en els mòduls del museu, a la **sala Martin Gardner**)

"Passar per dintre de l'altra" permet ordenar les caixes?

En el mòdul **Ordenació de caixes** hi ha tres cossos geomètrics, que en direm *caixes*.

- La caixa groga, pot passar per dintre de la blava?
- La caixa blava, pot passar per dintre de la vermella?
- Si *passar per dintre* fos una ordenació transitiva, què us sembla que hauria de succeir amb la caixa groga i la vermella? Succeeix realment o ens trobem amb una relació com la de pedra-paper-tisores?

Però encara hi ha una altra circumstància que fa que aquest criteri de *passar per dintre* no serveixi per ordenar. Estudieu amb tot detall què succeeix amb la caixa groga i la caixa blava.



(per treballar en equip en els mòduls del museu, a la **sala Lluís Santaló**)

Els daus intransitius

Al mòdul *Quin dau guanya?* teniu tres daus tetraèdrics; un és groc, l'altre blau i l'altre vermell i tenen tants punts a cadascuna de les seves quatre cares com es veu a la figura de la dreta.

Imagineu que voleu jugar a tirar aquests daus i el que treu més punts, guanya. Quin dau triaríeu?

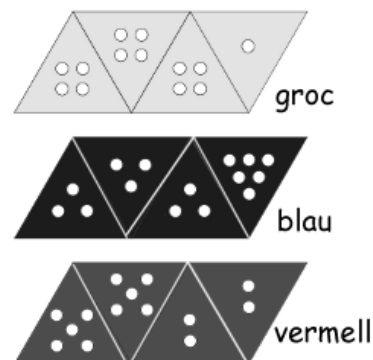
Jugueu-hi una estona (tantes tirades com us sembli adequat) per mirar de decidir...

- Quin dau té més probabilitats de guanyar si juguen el groc contra el blau?
- I si juguen el blau contra el vermell?
- I si juguen el vermell contra el groc?

Heu arribat a la conclusió que la relació *guanya el que treu més punts*, amb aquests tres daus, és una relació transitiva o no transitiva?

Amb moltes tirades heu pogut fer una estimació. Però també es pot raonar, estudiant totes les possibilitats de cada enfrontament. Per fer-ho, completeu les taules següents i ja tindreu ben segur quin dau té més probabilitats de guanyar en cada enfrontament.

Escriuiu en cada cas quin dau triaríeu per guanyar i vegeu si es confirma que la relació *guanya el dau que treu més punts* no és transitiva.



		groc			
		1	4	4	4
blau	3	b	g	g	g
	3	b	g	g	g
	3	b	g		
	6				

El groc guanya al blau en de cada 16 possibilitats.

Jugant groc contra blau triaria el dau

		blau			
		3	3	3	6
vermell	2	b	b		
	2	b	b		
	5	v	v		
	5				

El blau guanya al vermell en de cada 16 possibilitats.

Jugant blau contra vermell triaria el dau

		vermell			
		2	2	5	5
groc	1	v	v		
	4	g			
	4				
	4				

El vermell guanya al groc en de cada 16 possibilitats.

Jugant vermell contra groc triaria el dau



(per treballar en equip en els mòduls del museu, a la **sala Lluís Santaló**)

Pot servir fer una enquesta?

Aneu al mòdul que es pot titular ***El bombo, les mostres i els intervals de confiança***. Hi veureu un cilindre giratori transparent que conté aproximadament 2500 boletes de les quals un cert percentatge és de color blau. Es tracta d'intentar fer una estimació (determinació d'un valor aproximat) de quin és el percentatge de boles de color en el conjunt de boles del cilindre.

Però no podem accedir a fer el recompte de totes les boles i, doncs, us demanem que feu aquesta estimació mitjançant la selecció de mostres de mida 50. És com si féssiu una enquesta i preguntéssiu el color a 50 boles. A partir d'aquesta enquesta, es pot determinar la proporció de boles blaves a la població?

**El conjunt de totes
les boles (Població)**



**La mostra de
les 50 boles**

Segurament penseu que l'estimació serà aquesta: *el percentatge de boles blaves a la població és el mateix que el que hem observat a la mostra*. De fet no podem fer res més que això... però l'estimació s'ha de donar amb un marge d'error. Si ho feu unes quantes vegades (i us demanem que ho feu!) veureu que hi ha força variabilitat en els resultats.

Quan es fa una enquesta per estimar un percentatge, la teoria de la probabilitat ens permet determinar quin és l'interval de valors (*interval de confiança*) dins del qual "quasi sempre" hi haurà el percentatge global (s'acostuma a treballar amb un nivell d'encert del 95%). Veureu a la taula del mòdul, junt al bombo, una peça lliscant que podreu moure i centrar-la en el percentatge observat en la mostra de 50 boles. Si ho feu, això us donarà els extrems de l'interval de confiança per cada observació. Per exemple, si de les 50 boles n'han sortit 5 de blaves l'estimació és del 10% de boles blaves en la població, però si consulteu l'interval de confiança veureu que l'estimació s'hauria de fer dient que el percentatge de boles blaves està, aproximadament, entre el 6% i el 14%.

Feu-ho, doncs, unes quantes vegades, anoteu cada una de les estimacions i mireu de deduir si hi ha algun valor que aniria bé per a totes les mostres que heu pres... aquest serà el valor que podreu estimar. Anoteu-lo i després, en la sessió de posada en comú us direm quin és aquest valor!

Referències

Teniu una explicació molt detallada, amb enllaços a altres fonts d'informació, a la web del mmaca:
<http://www.mmaca.cat/index.php/moduls/estadistica-i-atzar>



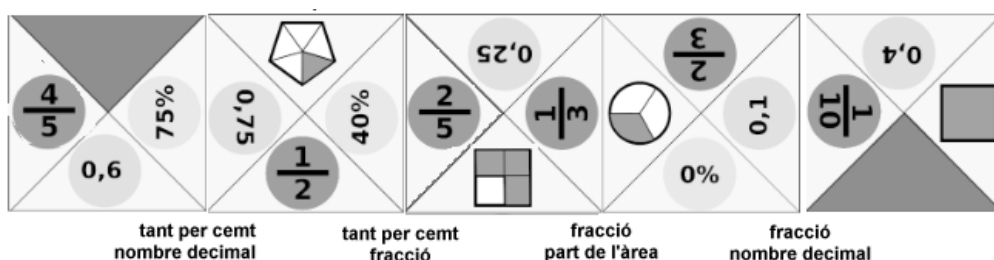
(Per treballar en equip, en un dels mòduls del museu, a la **sala George Pólya**)

Trencaclosques de fraccions

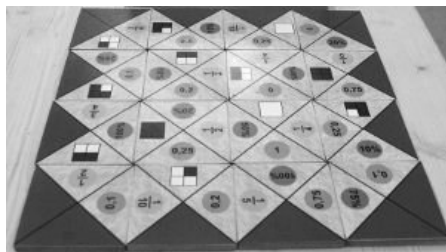
Quan entreu a la sala veureu de seguida una taula amb dos jocs (diferents) de 16 peces quadrades cada un. (els dos jocs són a la mateixa taula, separats convenientment).

L'objectiu és fer-vos reflexionar sobre fraccions i nombres decimals, relacionar-los amb les percentatges i fer visuals aquestes quantitats com a part de l'àrea d'una figura.

Vegeu alguns models de possibles peces col·locades de manera que posen de manifest aquestes relacions.



Es tracta de compondre un trencaclosques encaixant totes les peces de manera que, en tots els casos, cada dos costats contigus mostrin una relació correcta.



Les dimensions de les peces permeten treballar-hi col·lectivament, i això és el que us demanem. Els components de l'equip podeu repartir-vos, uns quants amb un joc, els altres amb l'altre joc.

Podeu dedicar-hi alguns minuts i, si us sembla, enviar una foto a concursosscm@gmail.com.

Que es vegi, a més del puzzle fet, l'etiqueta que teniu a la carpeta. Així s'identificarà el grup que l'envia.

A la web en publicarem una mostra.

Informació del mòdul, amb la possibilitat de descàrrega del material a

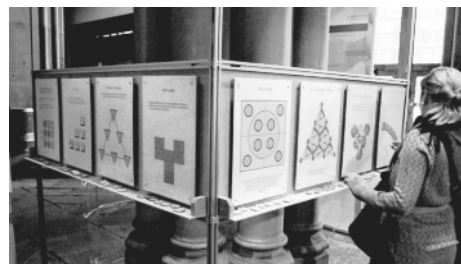
<http://www.mmaca.cat/index.php/moduls/puzles-numeric>



(per treballar en equip -o en aquest cas potser individualment repartint-vos la feina-, en els mòduls del museu, a la **sala George Pólya**)

Reptes de càlcul

A la paret de la dreta de la sala veureu uns plafons (que a la foto teniu en una de les exposicions itinerants que ha fet el mmaca) que presenten reptes numèrics.



Podeu dedicar-hi una estona. No cal que tots feu tots els reptes; us els podeu repartir i treballar-ne un cada component de l'equip. Quan hagueu reeixit en algun joc i si us sembla convenient, podeu enviar una foto a concursosscm@gmail.com.

Que es vegi, a més del repte resolt, l'etiqueta que teniu a la carpeta per identificar el grup que l'envia.

A la web en publicarem una mostra.

Referència:

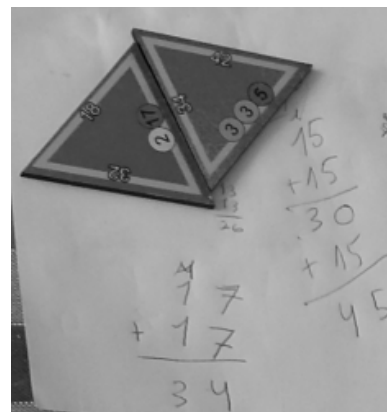
En un element de l'Arc (*Jocs numèrics amb l'Scratch*) es presenta una col·lecció de 30 reptes numèrics que es poden treballar interactivament. Alguns dels que heu vist als mòduls del **mmaca** hi apareixen i n'hi ha molts més i hi ha informació complementària. Si voleu accedir directament a les activitats programades per treballar-hi en línia, www.estalimat.org/jocsscratch (l'adreça canviarà properament a estalimat.cat). Hi pot haver alguns problemes de funcionament segons la versió de java que tingueu instal·lada.

Per si us queda temps en aquesta sala o per si voleu diversificar molt la feina teniu un altre mòdul que us proposem que treballeu.

Dòmino de descomposició de nombres primers

En aquest dòmino triangular cal aparellar els nombres amb la seva descomposició en factors primers... o també, per als més menuts, (com es veu a la imatge, que ho ha fet una nena), deduir el resultat de les multiplicacions, buscar el resultat en una altra fitxa i emparellar-les..

Com sempre, si voleu mostrar el vostre èxit en la feina, foto a concursosscm@gmail.com.





Acte d'entrega de premis. 27 d'octubre de 2015

(per treballar en equip en els mòduls del museu, a la **sala Pere Puig Adam**)

1

Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien:

https://en.wikipedia.org/wiki/Wallace-Bolyai-Gerwien_theorem

Per treballar-hi més: <http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/puzzles.htm>

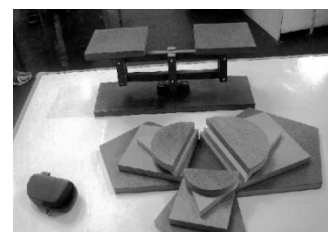
En el material que trobareu a la "bossa del premi" teniu una col·lecció dels nou trencaclosques de les disseccions geomètriques que podeu treballar al mòdul corresponents del **mmaca**.

Si ja heu estudiat el Teorema de Pitàgores sabeu que parla del quadrat de la hipotenusa i dels quadrats dels dos catets d'un triangle rectangle.

En aquest mòdul es tracta de reforçar la idea, fonamental en el teorema, que ens diu que quan es parla de *quadrat* convé interpretar-ho com *l'àrea del quadrat*.

Trobareu tres trencaclosques que permeten fer visual el fet que la suma de les àrees dels dos quadrats construïts de manera que tinguin com a costats els dos catets d'un triangle rectangle és igual a l'àrea del quadrat construït sobre la hipotenusa.

Per reforçar més aquesta idea, tenint en compte el fet que amb peces del mateix material i el mateix gruix el pes és proporcional a l'àrea, teniu unes *balances pitagòriques*. Comproveu-hi el teorema i vegeu que es poden fer visuals algunes generalitzacions amb altres figures construïdes prenent com a base la hipotenusa i els catets d'un triangle rectangle.



Per treballar més aquest tema:

<http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/pitagoras.htm>



(per treballar en equip en els mòduls del museu, a la **sala Pere Puig Adam**)

Nombres senars, quadrats i cubs



En aquest mòdul hi teniu demostracions visuals de diverses propietats numèriques. Tot i que en aquest full ho comentem breument us aconsellem (com sempre!) que llegiu amb molta atenció els plafons explicatius i que, entre tota la colla que formeu part de l'equip de treball comenteu les deduccions que feu.

En primer lloc pot ser interessant que treballem la relació entre la suma de nombres senars i els quadrats, que tal vegada ja coneixíeu. Redacteu la propietat:



Pero és que podreu anar més enllà! Us adonareu que sumant nombres senars també podem obtenir els cubs! Escriviu aquí com podem obtenir 4^3 i 5^3 com a suma de nombres imparells consecutius.



Si encara teniu temps per dedicar a aquest mòdul (o potser, per als més grans, podeu començar per aquí) teniu trencaclosques 3D que us permetran veure propietats de la suma de quadrats. Redacteu aquí, amb les vostres paraules (sense fórmules!) la propietat que heu pogut comprovar empíricament (és a dir, mitjançant la visualització).



Si trobeu algun aspecte interessant, podeu fer una foto i enviar-la per email a concursosscm@gmail.com (no us oblideu de que es vegi la identificació de l'equip).



Mòdul *L'anell de foc*.

Es proposen dos nivells de treball amb aquest mòdul. Un per a alumnes que van participar a l'esprint de primària o del primer cicle d'ESO i un altre per als més grans. En aquest document hi ha la solució del que es va demanar als menuts, però naturalment, durant el treball als mòduls ells no tenien aquest full.

Seccions planes del cub i del cilindre (I)

- Imagineu que teniu un cub de plastilina i el tallem en dues peces mitjançant un sol tall amb un ganivet. Si observem el polígon que separa les dues peces, d'aquest polígon se'n diu *la secció d'un cub per un pla*. Quan ho feu poden resultar polígons diversos. Us demanem que estúdieu quins polígons poden aparèixer quan es fa la secció plana d'un cub. Ara bé, no us proposem que ho feu amb plastilina sinó que aneu al mòdul indicat al títol d'aquesta pàgina i comproveu que allà es poden visualitzar les seccions de manera molt entenedora.
- Estúdieu ara les seccions planes d'un cilindre. Quines figures apareixen?

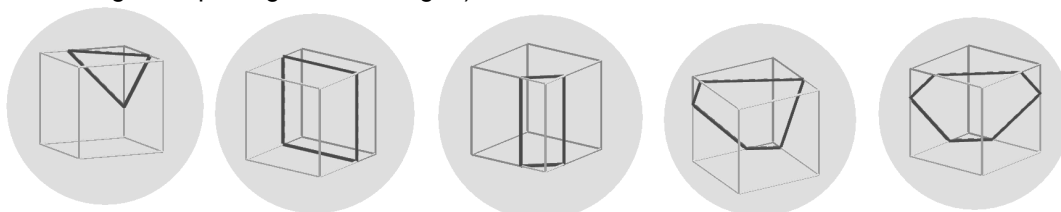
Tindreu un full on us demanem que ho proveu de dibuixar. També podeu fer alguna foto i enviar-la a concursosscm@gmail.com

(s'ha de veure l'etiqueta que teniu a la carpeta per identificar el grup que l'envia. A la web en publicarem una mostra.)

Seccions planes del cub i d'altres figures (II)

Aneu al mòdul *L'anell de foc* i experimenteu com es fa per fer visuals les seccions planes d'un cub o d'altres figures.

- Primer de tot podeu visualitzar les seccions d'un cub que teniu dibuixades tot seguit (un triangle, un quadrat, un rectangle, un pentàgon, un hexàgon).



- Ara us demanem que investigueu una mica i que penseu si es pot trobar com a secció un paral·lelogram que no sigui rectangle. És un paral·lelogram d'algun tipus especial? Es pot obtenir un trapezi?
- Estúdieu totes les seccions que es poden obtenir quan es talla un tetràedre per un pla.
- Si encara hi podeu dedicar més temps, estúdieu també seccions del dodecaèdre o d'altres cossos.

Podeu fer una foto d'alguna de les seccions que us cridi més l'atenció i enviar-la per email a concursosscm@gmail.com (no us oblideu de que es vegi la identificació de l'equip).

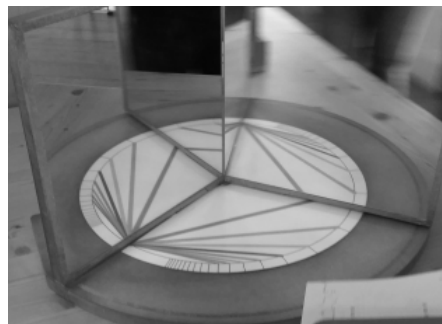
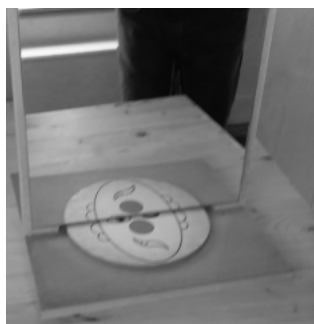
A la web en publicarem una mostra.



Treball amb miralls (I):

Figures de pallassos, angles i polígons, mosaics.

En un dels quatre àmbits de treball que us proposem en aquests mòduls segur que us vindrà de gust enviar una foto (després ja en publicarem una selecció a la web). Recordeu l'adreça: concursosscm@gmail.com i feu que es vegi l'etiqueta que indica quin és l'equip que envia la foto.



Alguns i algunes podeu "jugar" amb un sol mirall i construir cares de pallassos, que poden ser ben diverses. I ja amb les possibilitats del treball amb diversos miralls podeu fer visuals polígons. Per exemple: de quin color aconseguiu veure un hexàgon? I un pentàgon?



I mentrestant els altres, amb un mirall, podeu aconseguir polígons acolorits de colors i formes variades i després, amb el joc amb dos miralls podeu aconseguir mosaics "infinits". Enteneu per què s'aconsegueix la visualització "infinita"?



(per treballar en equip en els mòduls del museu, a la **sala Emma Castelnuovo** -atri central-)

Treball amb miralls (II):

Cadena calidoscòpica, calidoscopi de políedres

En aquest mòdul segur que us vindrà de gust enviar una foto (després ja en publicarem una selecció a la web).

Recordeu l'adreça: concursosscm@gmail.com

i feu que es vegi l'etiqueta que indica quin és l'equip que envia la foto.

Teniu dos conjunts de tres miralls disposats formant el que se'n diu un calidoscopi catadiòptic.

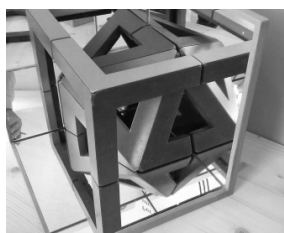


En un d'aquests calidoscòpis el repte és que, amb unes poques anelles i mitges anelles, aconseguir fer visual una cadena de 12 anelles.

En l'altre teniu a punt una peça que, col·locada adequadament permet fer visual un dodecaedre. Quantes cares té un dodecaedre? La visió amb el calidoscopi, us pot ajudar per a comptar quants vèrtexs i quantes arestes té el dodecaedre?

A més a més, per a aquesta activitat d'avui el **mmaca** haurà posat també a la taula del mòdul les peces adequades per "construir" (és a dir, per fer visuals) un cub, un octaedre i un icosaedre. Ànim!

Com a repte us proposem comprovar que els centres de les cares d'un cub determinen un octaedre. A veure si ho aconseguim! Aquesta seria una bona foto! En la que us adjuntem seguidament ho teniu "a mig fer".





Les cúpules de Leonardo

Per acabar la jornada matemàtica desenvoluparem una activitat col·lectiva.

Aa partir d'una idea de Leonardo de Vinci, i seguint les indicacions de l'equip del mmaca veurem que, només amb peces com aquesta



podem arribar a construir una cúpula com la de la foto:



Aquí teniu uns xiquets que fan aquesta activitat



i mainada que ja s'ha pogut posar a dintre de la cúpula.



Ho aconseguirem? Segur que sí i que serà un excel·lent "fi de festa" !

Referència:

<http://www.mmaca.cat/index.php/moduls/geometria/387-les-cupules-de-leonardo>