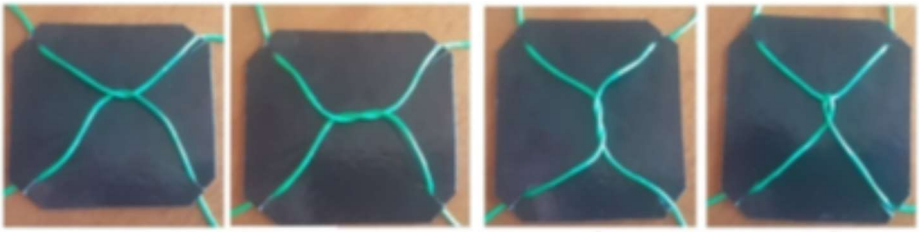


2 torçar 3 rotar -1/3 torçar 2/3

Una activitat convocada per

Societat Catalana de Matemàtiques · feemcat · cesire* àmbit matemàtic · mmaca Museu de Matemàtiques de Catalunya

Palau Mercader. Cornellà de Llobregat

19 d'abril de 2023

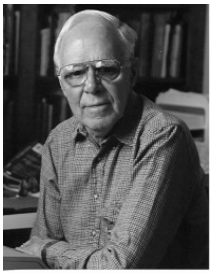
Les sales del mmaca

Les sales del Museu de Matemàtiques de Catalunya estan dedicades a diverses personalitats en el món de la didàctica i la divulgació de les matemàtiques i una altra a un astrònom i matemàtic de l'antiguitat clàssica.
Tot seguit expliquem breument qui van ser aquestes persones.

Emma Castelnuovo (Roma, 12 de desembre de 1913 - 13 d'abril de 2014) era una matemàtica i pedagoga italiana. Es va graduar al 1936 a la Universitat de Roma i com que era d'ascendència jueva, entre els anys 1938 i 1943 es va haver de refugiar dels nazis. Després de la guerra, es va reincorporar a l'ensenyament i les seves aportacions són fonamentals per a la didàctica de les matemàtiques (de manera especial la geometria). El seu esperit era transmetre la bellesa de les matemàtiques als seus alumnes, que pensessin per ell mateixos i fossin creatius, i així esdevenien el centre del procés d'aprenentatge. Emma Castelnuovo va visitar Catalunya en diverses ocasions i això va fer que esdevingués un referent per a un important grup de professors i professores de casa nostra.

Sala Emma Castelnuovo. Miralls, calidoscopis, il·lusions òptiques

---



Martin Gardner (Tulsa, 21 d'octubre del 1914 – Norman, 22 de maig del 2010) fou un conegut matemàtic i divulgador científic nord-americà especialitzat en les matemàtiques recreatives, potser la persona més destacada en aquest aspecte durant el segle XX . Ha publicat més de 70 llibres i ha estat autor de la columna *Mathematical Games* a la revista *Scientific American* des de 1956 al 1981. Al **mmaca**, com en molts altres llocs, cada octubre es fa una *Jornada Martin Gardner* i, amb la col·laboració del **mmaca**, justament el dia del centenari del naixement de Martin Gardner es va fer l'entrega de premis dels *Problemes a l'Esprint* amb una jornada lúdico-matemàtica, com avui.

Sala Martin Gardner: Pitàgores, disseccions, corbes, políedres, fórmules inductives

---

Maria Montessori (Chiaravalle, 31 d'agost de 1870 - Noordwijk, 6 de maig de 1952) fou una metgessa psiquiatra i pedagoga, coneguda pel mètode educatiu que es coneix amb el seu nom. Als 26 anys, Montessori es va convertir en la primera dona italiana amb el títol de metgessa. A partir dels seus treballs en psiquiatria, la seva activitat es va anar aproximant a la pedagogia. Va deixar Itàlia fugint del feixisme i va estar un temps a Catalunya, fins que en va marxar, l'any 1936, cap als Països Baixos. El seu mètode pedagògic, que ofereix als petits un espai adaptat on es potencien les seves capacitats individuals i així poden aconseguir un desenvolupament global, va ser reconegut arreu del món i es va començar a fer servir a milers d'escoles. Avui les seves idees es consideren fonamentals.

Sala Maria Montessori (ubicació provisional a la planta baixa): dedicada a alumnes d'educació infantil i primària

George Pólya (Budapest, 13 de desembre de 1887 - Palo Alto, 7 de setembre de 1985) va ser un matemàtic hongarès. Va exercir de professor de matemàtiques a Suïssa entre el 1940 i el 1953 i, més tard, a la Universitat de Stanford (California, EUA). Va aprofundir en molts temes (geometria, àlgebra, probabilitat i combinatòria) però potser la seva aportació més destacada va ser l'estudi sobre la resolució de problemes matemàtics. El seu llibre *Com plantejar i resoldre problemes* (títol original en anglès: *How to solve it*) és "un llibre de capçalera" en aquest àmbit.

Sala George Pólya: Càlcul, Nombre d'or, Taules de multiplicar 3D

Pere Puig Adam (Barcelona, 12 de maig de 1900 - Madrid, 12 de gener 1960) fou un pedagog i matemàtic català. Enginyer industrial i doctor en matemàtiques, va ser un brillant, encara que bastant poc conegut, didacta de les matemàtiques i la geometria. El 1926 va obtenir la càtedra de matemàtiques de l'Institut San Isidro de Madrid (en aquella època hi havia molt i molt pocs instituts) on va estar fins a la seva mort. Des de l'any 2000, cada 12 de maig, se celebra el Dia escolar de les matemàtiques, coincidint amb l'aniversari del seu naixement.

Sala Puig Adam: Geometria, empaquetaments, pont de Leonardo, enrajolat de Penrose

---

Lluís Antoni Santaló i Sors (Girona, 9 d'octubre de 1911 – Buenos Aires, 22 de novembre de 2001) fou un matemàtic català de fama internacional, que es va haver d'exiliar a l'Argentina per la guerra civil espanyola i allà exercí de professor a diverses universitats i publicà la majoria dels seus treballs. Especialista en geometria i probabilitat, fou un prestigiós professor universitari, divulgador científic i expert en didàctica de les matemàtiques. Va ser pioner i millor exponent de l'estudi de la *geometria integral*, fonament teòric fonamental per a l'elaboració d'escàners i resonàncies magnètiques.

Sala Lluís Santaló: Estadística, probabilitats

Les sis personalitats anteriors, en el món de la didàctica i la pedagogia, que donen nom a sales del **mmaca** s'han referenciat per ordre alfabètic del cognom. Una altra de les sales recorda la Grècia clàssica.

Eratòstenes (276 aC Cirene, 194 aC Alexandria). Va estudiar a Alexandria i a Atenes. Fou astrònom, historiador, geògraf, filòsof, poeta i matemàtic. Com que tenia amplis coneixements en molts àmbits, ell es feia dir Philologos, és a dir, amant de l'aprenentatge.Hom atribueix a Eratòstenes la invenció de l'esfera armil·lar, que li va permetre estudis molt acurats sobre l'esfera celeste. Una de les seves principals contribucions a la geografia va ser la mesura de grandària de la Terra. També va treballar amb problemes matemàtics, com la duplicació del cub o els nombres primers.

Sala Eratòstenes: Planeta Terra.

Propostes en record de John H. Conway

John Horton Conway (Liverpool, 26 de desembre de 1937 - Princeton, New Jersey, 11 d'abril de 2020) fou un matemàtic de vàlua reconeguda arreu del món, molt actiu en diversos camps de la matemàtica, molts d'ells relacionats amb la teroira d ecodis, i amb contribucions destacadíssimes en l'àmbit de les matemàtiques recreatives, en aquest cas amb una intensa relació amb Martin Gardner. En aquesta sessió farem dues pizellades sobre la seva obra.
Conway va passar la primera meitat de la seva carrera a la universitat de Cambridge i posteriorment es va traslladar als Estats Units, a la càtedra John Von Neumann de la Universitat de Princenton, on va estar ben actiu fins a la seva mort, ara fa tot just dos anys

El joc de la vida

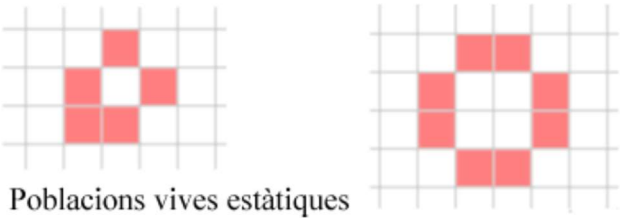
John H. Conway va ser reconegut especialment per la invenció del *Joc de la Vida*, un dels primers exemples d'autòmat cel·lular, que ha estat font d'innombrables recerques com a simulador de processos de la vida real.

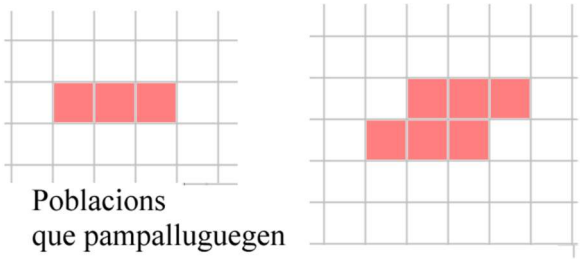
Conway i Martin Gardner tenien una viva correspondència i la proposta inicial del *Joc de la Vida* la va publicar Gardner en la seva columna de *Mathematical Games* de la revista *Scientific American,* l'octubre de 1970. Aquest article va esdevenir una de les columnes més llegides mai i, instantàniament, Conway va fer-se cèlebre. Adoneu-vos, per la data, molt abans que existissin ordinadors personals, que l'experimentació inicial s'havia de fer amb paper i llapis, i goma d'esborrar! Tanmateix al llarg dels anys, a partir de múltiples articles sobre el *Joc de la Vida* i treballs d'investigació s'han creat centenars de programes d'ordinador i llocs web que permeten aprofundir l'estudi.

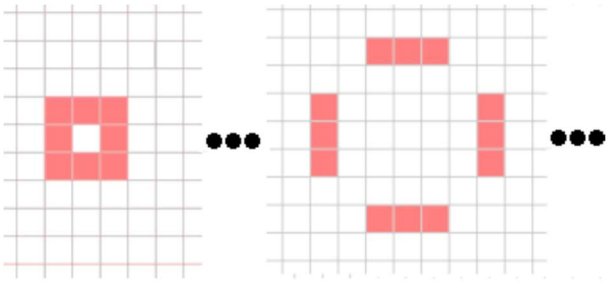
El joc de la vida es desenvolupa en un tauler quadriculat, que s'ha d'imaginar infinit, en què cada casella pot tenir una cèl·lula viva (casella acolorida) o no tenir cèl·lula (casella blanca) i les cèl·lules poden anar morint o generant cèl·lules noves a partir d'unes regles fixes. No és un "joc" en el sentit clàssic del mot perquè la situació inicial en determina completament l'evolució.

Es considera que cadascuna de les caselles del tauler és veïna de les vuit caselles que hi tenen un costat o un vèrtex en comú i aleshores les quatres regles, que s'apliquen alhora, són aquestes

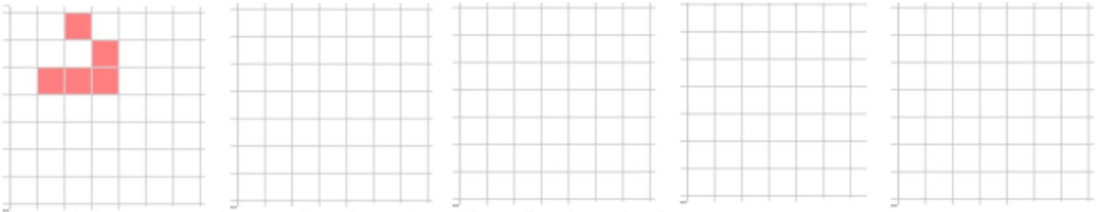
- Tota cèl·lula viva amb menys de dos veïns vius mor (de *solitud*).
- Tota cèl·lula viva amb més de tres veïns vius mor (de *sobreconcentració*).
- Tota cèl·lula viva amb dos o tres veïns vius, segueix viva per a la següent generació.
- En una casella blanca que tingui exactament tres veïns vius neix una cèl·lula nova.





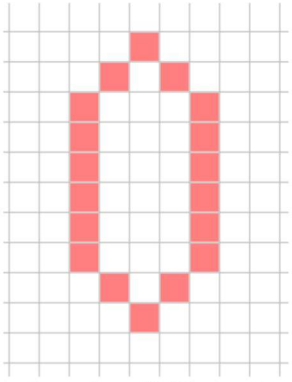


Evolució cap a una població coneguda

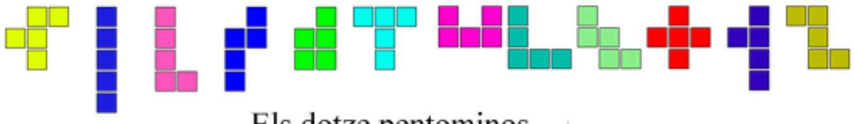


Model que rep el nom de *planador*. Si en feu l'evolució veureu per què!

L'interès de l'estudi rau en l'anàlisi de situacions que generin un creixement indefinit, altres que potser es poden extingir completament, i altres que evolucionen cap a situacions conegudes, o al cap dunes quantes generacions retornen a la situació inicial. Conway va escollir les regles amb cura de manera que no hi hagi una visualització immediata d'una població que creixi indefinidament tot i que n'hi ha d'haver que ho facin; igualment pel que fa a extingir-se, i també per a una població que es vagi regenerant. Acabarem aquest breu article amb una imatge d'una població que es va regenerant cíclicament (idea orginal: Conway) i el comentari que sovint es proposa com un exercici interessant veure l'evolució dels 12 pentominos. Però si ho voleu, fer, alerta!!!...



Pentadecatló (Conway)
En 15 generacions
retorna a l'origeinal



Els dotze pentominos

Passa a una població oscil·lant (7 generacions)

S'extingeix ràpidament

Passa ràpidament a una població estàtica

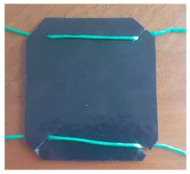
...alerta, perquè el pentomino necessita 1104 generacions per a veure com s'estabilitza!!!

Lliçó inicial: els nusos racionals de Conway

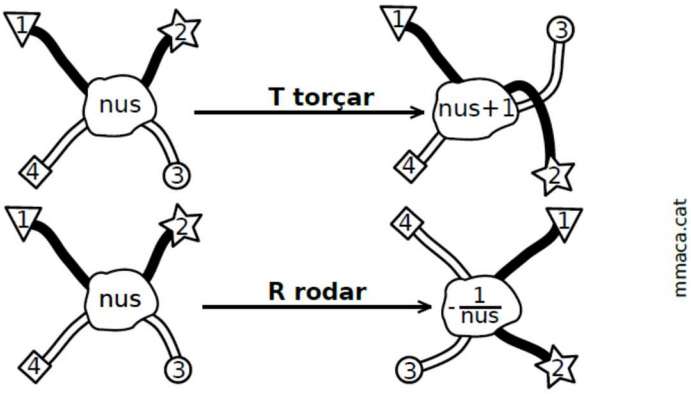
La *teoria de nusos* és una branca de la *topologia*, un camp de la matemàtica que estudia les propietats d'alguns conjunts i el fet de si es mantenen o s'alteren per algunes transformacions. Va ser un dels àmbits de treball en què Conway va destacar i avui en presetem una activitat molt concreta.

Veurem com va imaginar Conway un sistema de numeració per a nombres racionals (enters o fraccionaris, positius o negatius) elaborat a partir de nusos fets amb dues cordes. Sistema de numeració que associa de manera unívoca un nus amb cada nombre, tot i que a cada situació potser s'hi pot arribar de maneres ben diverses

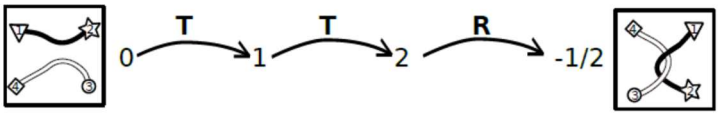
A l'aula es visualitzarà tot el procediment amb dues cordes, que aguantaran quatre persones i cadascun dels assistents tindrà una cartolines per a practicar amb dos cordills,que, alhora, servirà com a record de la jornada. En aquest document es mostren algunes imatges que comencen a partir de la cartolina de la dreta, que mostrem en la posicó que correspon al 0.

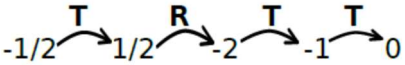


Es poden fer dos tipus d'accions amb les dues cordes (que en aquesta figura representem una blanca i l'altra negra per a visualitzar-ho millor), que indicarem amb **T** (torçar) i **R** (rodar), cadascuna de les quals té una traducció artimètica pel que fa al nombre representat .



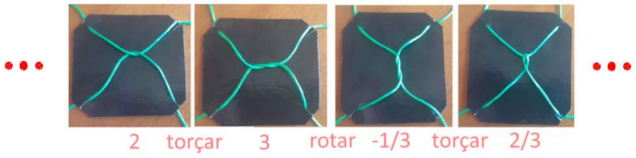
Observeu que quan fem **T** numèricament passem de n a $n+1$, i en la manipulació de les cordes passem l'extrem de la corda que acabava a la posició 2 cap a la posició 3, i l'extrem de la corda que acabava a la posició 3 el passem cap al lloc 2; sempre amb el ben entés que la que hem dit primer es col·loca sempre per damunt de la segona que hem dit.. El nom de l'acció **R i** ia imatge anterior ndiquen ben clarament què hem de fer: una rotació. Numèricament la transformació és subtil: passem d'un nombre n a $-1/n$ és a dir que l'invertim i el canviem de signe. Vegeu un cas: Si partim del nus 0, fent **T T R** s'arriba a -1/2



Però el que és sorprenent és que si aleshores fem 

el nus es desfà!!!

A la portada d'aquest dossier hi tenim aquesta imatge:



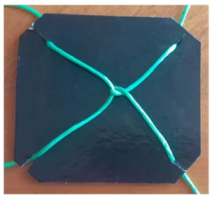
a la qual hem afegit uns punts suspensius perquè ja acabem de practicar com es passa del 0 al 2. Però després passem al 3 (amb **T**, sumant 1) , al -1/3 (amb **R**, rotant) i si després torcem, amb **T**, arribem a 2/3·.

I ara tornem al quíd de la proposta de Conway, que rau en saber tornar a l'inici, el que en diem el número 0 a partir d'un nus del qual coneixem el seu valor numèric. Una vegada arribats al nombre 2/3 , com podríem tornar al 0?

Val la pena pensar-ho numèricament i, si escau, practicant amb la cartolina que teniu com a record de la jornada. I per si hi heu passat una estona aquí teniu una solució (que no necessàriament és l'única)

- Si fem **R** passem de 2/3 a -3/2; si ara fem **T T** (T dues vegades) sumem 2 i per tant passem a ½ ; fem **R** i tenim -2 i aleshores segur que ja veieu de seguida com passarem del -2 al 0. Ànim que s'ha desfet el nus!!! Sembla que no pugui ser!!!

Plantegem seguidament alguns reptes.



- A partir de la posició inicial (el 0) feu **TTRTT.** Arribareu a la figura de la dreta; vegeu que correspon a 3/2. Sabeu desfer el nus amb **T** i **R**?
- Ànim també amb **TTTRT**... o amb altres valors que aneu imaginant.
- A quin nombre arribeu amb **TTRTTTRT** ? Com desfaríeu el nus per a tornar al 0?
- També podeu fer-ho amb **TTRTTRTTR** (vegeu que arribeu a -3/4) o amb **TTTTTTRT** (que correspon a 5/6)

Ara una proposta conceptual. Per fer amb calma, a casa, els grans,... **s**abríeu raonar com es pot arribar a qualsevol nombre racional?

Es tracta de partir de la idea que si vols arribar a un racional, per exemple, 7/9 primer has de desfer el nus de -7/9 (TRT^5RT^2) i després si des de 0 inverteixes l'ordre d'aquests moviments vas obtenint els mateixos valors intermedis però canviats de signe fins arribar a 7/9.

- Amb aquesta línia de raonament a veure si arribeu a 2022/2023 i a -2022/2023

Naturalment també és lògic plantejar-se un raonament que expliqui com es pot tornar de qualsevol nombre al 0.

Les dues propostes són, justament, complementàries l'una de l'altra, però amb moltes idees comunes, però d'aquesta segona us en donem en les pàgines següents un camí de solució, enfocat als darrers cursos de secundària..

Com es pot desfer aritmèticament un nus de Conway fet amb 2 cordills

Consideracions prèvies:

- Indicarem com *característica aritmètica* el nombre que correspon a un detemrinat nus.
- Desfer aritmèticament el nus de Conway vol dir arribar a partir d'aquest nus a la situació de característica aritmètica 0 , fent servir les accions ja conegudes de **torçar T** i **rodar R**.
- Fer *n* vegades seguides **T**, es representarà com $\mathbf{T}^n$
- Aplicar dues vegades **R** a un nus qualsevol el deixa igual
- Totes les fraccions que apareixen són irreductibles
- Els nombres representats aquí per les lletres *n, a, b i c,* són enters positius.

Cas 1. Si tenim un nus que té com a característica aritmètica una fracció negativa de denominador 2, és a dir $-\frac{n}{2}$, per desfer el nus podrem procedir així:

Com que $n+1$ és parell, $\frac{n+1}{2}$ és enter i, per tant, si fem $\frac{n+1}{2}$ vegades **T** arribarem a $-\frac{n}{2}+\frac{n+1}{2}=\frac{1}{2}$

Vist això, si després fem **R** obtenim -2, i aleshores ja veiem que amb dos cops més **T** arribarem a 0.

$$\frac{-1}{\frac{1}{2}}=-2;\ -2+1+1=0$$

Simbòlicament: Per desfer el nus hem de fer: $\mathbf{T}^{\frac{n+1}{2}}\mathbf{RT}^2$

Exemple 1: Per desfer el nus $\mathbf{T}^3\mathbf{RTR}$ que té de característica aritmètica -3/2, hem de fer $\mathbf{T}^2\mathbf{RT}^2$

Cas 2: Si el nus és de la forma $\frac{2}{n}$, aleshores si fem **R** passem al cas anterior $-\frac{n}{2}$,

---

Cas 3: Si tenim un nus que té com a característica aritmètica una fracció negativa de denominador 3, és a dir $-\frac{n}{3}$,

per a desfer el nus podrem procedir com s'indica seguidament, segons el residu de la divisió de n entre 3.

Cas 3.1: si *n + 1* és múltiple de 3 observem que $-\frac{n}{3}+\frac{n+1}{3}=\frac{1}{3};\ \frac{-1}{\frac{1}{3}}=-3;\ -3+1+1+1=0$

I això ens diu que per a desfer el nus podem fer: $\mathbf{T}^{\frac{n+1}{3}}\mathbf{RT}^3$

Exemple 3.1 : Per desfer el nus $\mathbf{T}^2\mathbf{RT}^2\mathbf{R}$ que té de característica aritmètica -2/3, hem de fer $\mathbf{TRT}^3$

Cas 3.2: si $n+2$ és múltiple de 3 observem que

$$-\frac{n}{3}+\frac{n+2}{3}=\frac{2}{3};\ \frac{-1}{\frac{2}{3}}=-\frac{3}{2}\ ;\ -\frac{3}{2}+2=\frac{1}{2};\ \frac{-1}{\frac{1}{2}}=\ -2;\ -2+2=0$$

I això ens diu que per a desfer el nus podem fer: $\mathbf{T}^{\frac{n+2}{3}}\mathbf{RT}^2\mathbf{RT}^2$

Exemple 3.2 : Per desfer el nus $\mathbf{T^4RTR}$ que té de característica aritmètica -4/3, podem fer $\mathbf{T^2\,R\,T^2\,R\,T^2}$

Generalització

- Donada una fracció negativa $-\frac{a}{b}$, si anem fent **Torçar** repetides vegades, és a dir anem sumant 1, sempre podrem arribar a obtenir una fracció positiva $\frac{c}{b}$ amb $c < b$.

  Si ara fem **Rodar**, obtenim una fracció negativa $-\frac{b}{c}$ amb el denominador més petit que el de la fracció amb què hem començat, $-\frac{a}{b}$.

  Si els denominadors sempre es redueixen, finalment han d'arribar a 1. Però quan un denominador és 1, la fracció serà un enter negatiu, i si aquest nombre enter és $-n$, sabem que si executem n vegades **Torçar** (cada una suma 1) el reduirà a zero.

  Exemple: Per a desfer el nus de característica aritmètica $-\frac{5}{17}$ aquí teniu la indicació:

$$-\frac{5}{17}\xrightarrow{T}\frac{12}{17}\xrightarrow{R}-\frac{17}{12}\xrightarrow{T^2}\frac{7}{12}\xrightarrow{R}-\frac{12}{7}\xrightarrow{T^2}\frac{2}{7}\xrightarrow{R}-\frac{7}{2}\xrightarrow{T^3}\frac{1}{2}\xrightarrow{R}-2\xrightarrow{T^2}0$$

- Si la fracció és positiva, el primer moviment ha de ser **Rodar**, altrament si apliquem **Torçar** a una fracció positiva ens l'allunyaria del zero per comptes d'acostar-nos-hi.

En general, per a desfer un nus de Conway amb dos cordills, podem procedir de la manera següent:

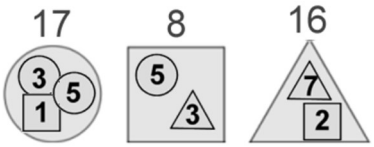
- Si la fracció és negativa anem fent **Torçar** repetides vegades, és a dir anem sumant 1, fins que aparegui una fracció positiva
- Si la fracció (o el nombre enter) és positiva fem **Rodar** per obtenir-ne una de negativa.
- Tot aquest procés s'ha de repetir fins a obtenir un enter negatiu i llavors aplicarem tantes vegades **Torçar** com indica el valor absolut d'aquest enter negatiu.

Teniu en les pàgines següents algunes propostes d'activitats que fan pensar.
Algunes són per treballar a la sala seguint les indicacions;
en equip o individualment, i les altres... "per quan us pugui interessar"

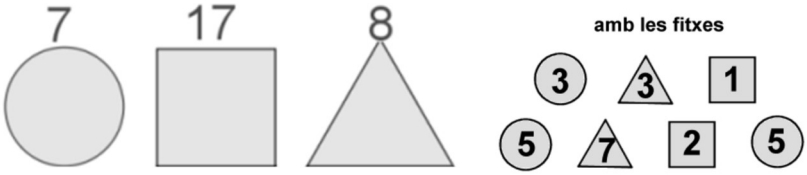
Joc de posar fitxes numèriques

Per resoldre un repte heu de col·locar totes i cada una de les fitxes o bé en el cercle, o bé en el quadrat o bé en el triangle per a obtenir en cada figura, com a resultat del càlcul que s'indica (*) el nombre indicat just a sobre.

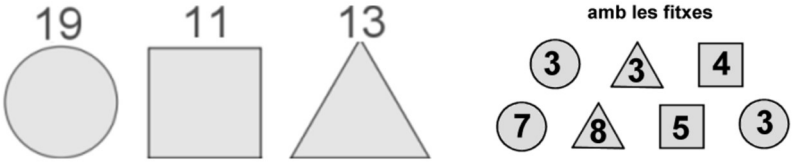
(*) Heu de fer una suma per cada figura. Si poseu una fitxa en una regió que no tingui la mateixa forma que la fitxa, aleshores suma tants punts com indica, però, **atenció! el valor d'una fitxa es duplica si es posa en la regió que té la seva mateixa forma.** Vegeu un exemple a la dreta d'aquest paràgraf.



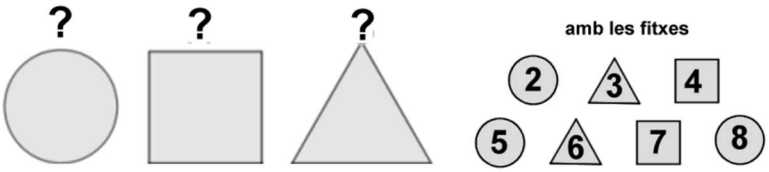
Repte 1



Repte 2



Proposta 3. Pensa un repte que segur que tingui solució i el planteges a una altra persona



Tot seguit pots escriure la solució del repte que t'ha plantejat alguna companya o algun company,

- **Per pensar una mica més**. Quina és la màxima suma (total del cercle més el quadrat més el triangle) que es pot obtenir amb aquestes fitxes? I la mínima? Creus que es poden obtenir tots els valors intermedis?

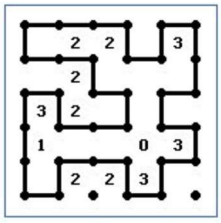
Amb el material de la sessió que us donarem teniu uns exemplars d'aquest joc del **mmaca** i també heu de saber que a la web de l'esprint tindreu (amb el material per descarregar) l'enllaç a una aplicació feta amb el GeoGebra, per practicar.

Idea per al treball en equip en els mòduls del museu. ***Sala Martin Gardner***

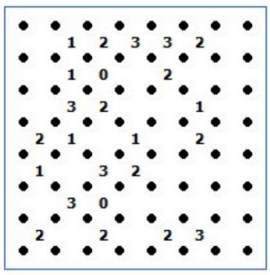
El joc del corral (Puzzle-loop, Sliter Link...)

En aquest joc es tracta de construir, segment a segment, un polígon tancat ("un corral") . Al tauler del joc apareixen uns nombres i es tracta de construir el polígon de manera que el nombre de segments que envolten cadascun dels nombres sigui justament el que indica el nombre. On no hi ha cap nombre s'hi poden posar tants segments com sembli convenient per a reeixir en l'objectiu del joc.

Un exemple:



Un repte:



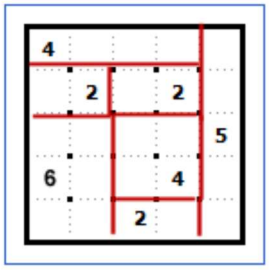
En el mòdul tindreu altres repte. Veureu una quadrícula amb xifres a cada casella, és el territori on cal construir el corral. Al costat tenim les tanques, es tracta de posar-les dretes envoltant les caselles tenint en compte que hem d'acabar amb un corral tancat i respectant les xifres que indiquen les tanques.:

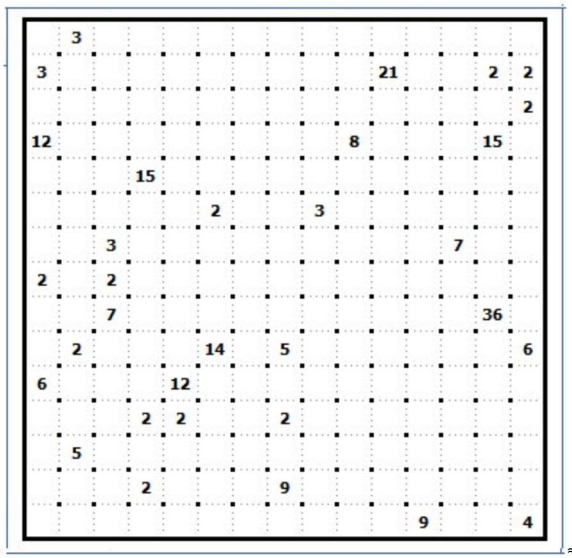
Ben segur que de seguida pensareu que convé començar per les caselles amb 0 o amb 4 i que si hi ha dues caselles adjuntes amb 3, hi ha una tanca entre elles. Ànim amb els reptes i a descobrir noves estratègies!

Shikaku o el joc dels rectangles (per treballar la divisibilitat i l'àrea del rectangle)

Es tracta de descompondre el tauler quadrat del joc en rectangles (que també poden ser quadrats) de manera que cada rectangle tingui a l'interior un nombre que en representi exactament l'àrea.
Els rectangles (que naturalment han de ser de costats paral·lels als del quadrat inicial) no poden encavalcar-se i han de recobrir exactament el tauler.

Aquí sota teniu un exemple (fàcil) resolt i a la dreta un repte (més difícil!):

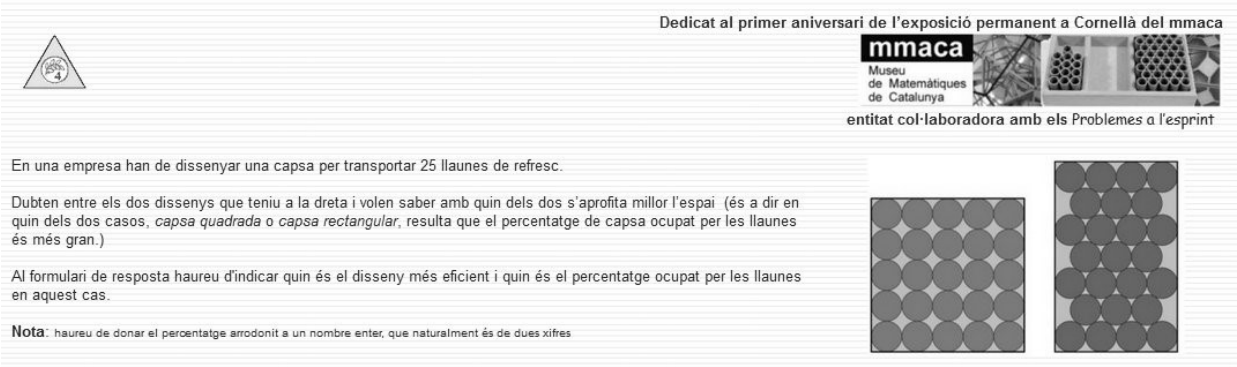




Idees per al treball en equip en els mòduls del museu. ***Sala Martin Gardner***

Empaquetament de cilindres

En una de les convocatòries de cursos anteriors dels Problemes a l'esprint es va proposar un problema suggerit per un dels mòduls del **mmaca**.



Dedicat al primer aniversari de l'exposició permanent a Cornellà del mmaca

mmaca Museu de Matemàtiques de Catalunya

entitat col·laboradora amb els Problemes a l'esprint

En una empresa han de dissenyar una capsa per transportar 25 llaunes de refresc.

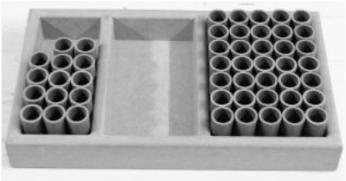
Dubten entre els dos dissenys que teniu a la dreta i volen saber amb quin dels dos s'aprofita millor l'espai (és a dir en quin dels dos casos, *capsa quadrada* o *capsa rectangular*, resulta que el percentatge de capsa ocupat per les llaunes és més gran.)

Al formulari de resposta haureu d'indicar quin és el disseny més eficient i quin és el percentatge ocupat per les llaunes en aquest cas.

Nota: haureu de donar el percentatge arrodonit a un nombre enter, que naturalment és de dues xifres

Avui us demanem que penseu sobre aquest tema.

En el mòdul del **mmaca** veureu una capsa amb tres compartiments amb uns cilindres.

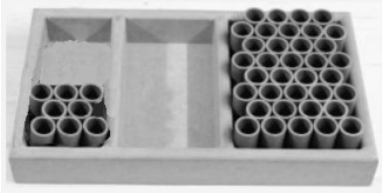


Si pensem que el diàmetre de la base dels cilindres és de 1 unitat, les mesures d'aquests compartiments són de 3×7, 4×7 i 5×7.

Quants cilindres podem posar en cada compartiment?

Segur? Potser n'hi podríem posar més?

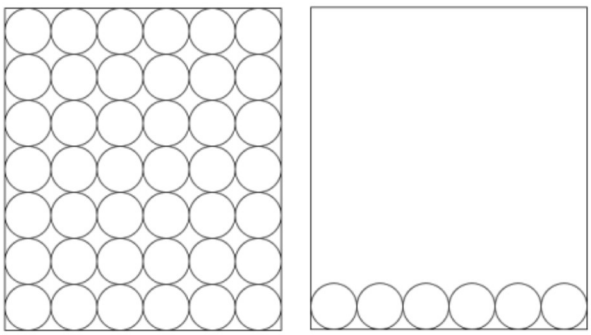
L'enunciat del problema que us hem mostrat ja suggereix que hi ha una altra manera d'empaquetar cilindres, que s'anomena *triangular*.

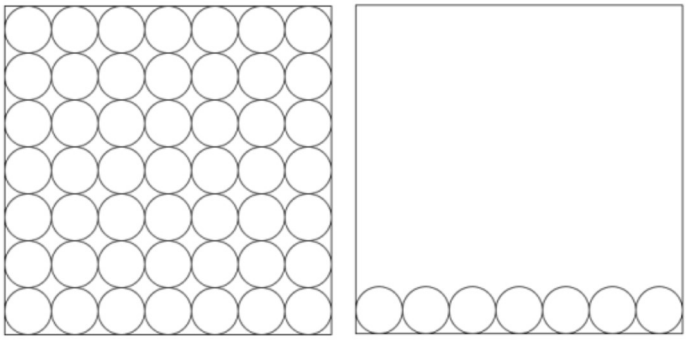


Quants cilindres podem posar en cada compartiment d'aquesta manera?

Quin us sembla que és el màxim nombre de cilindres que podríem posar en un compartiment de 6×7?

I en un compartiment de 7×7? Creieu que es podria generalitzar?





El joc dels gratacels

Teniu al museu un mòdul que presenta una versió feta en fusta de colors i amb unes dimensions que afavoreixen la col·laboració entre varies persones d'un joc que vam conèixer a partir d'una proposta dels membres de *Kangourou-Italia*.

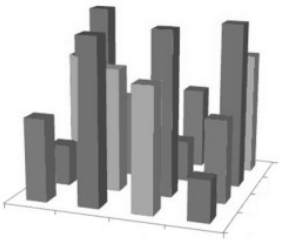
Un quartiere della città di New York è stato rappresentato con una griglia 4×4. Ogni casella di una griglia 4×4 contiene un immobile di 10, 20, 30 o 40 piani,

Gli immobili di una stessa linea, riga (= linea orizzontale) o colonna (= linea verticale), sono tutti di taglia differente.

Ogni informazione fornita sui bordi della griglia ("indizio") indica il numero di immobili visibili sulla linea corrispondente per un osservatore posto nella posizione in cui si trova l'informazione.

Naturalmente quando i bordi di una griglia sono completi di indizi, non tutti questi indizi sono indispensabili, ma, dal momento che una soluzione esiste, essi sono sempre compatibili fra loro.

Vegeu-ne un exemple:



el de 20 i el de 40

	1	4	2	2	
1	40	10	20	30	2
2	30	20	10	40	1
3	10	30	40	20	2
2	20	40	30	10	3
	3	1	2	3	

el de 30 i el de 40

El document original fa uns suggeriments sobre "**regles de deducció**". Podeu pensar "què dirà" cada una de les regles següents.(algunes de les que haureu de fer servir per completar una graella).
Aneu amb compte de treure com a conclusions només les que són segures.

Le Regole de Deduzione
o *La regola del 4*. Se un indizio vale 4, …
o *La regola dell'1*. Se un indizio vale 1,…
o *La regola del 1-2*. Se gli indizi 1 e 2 sono opposti agli estremi della stessa linea,…
o *La regola dell'ultimo*. Quando si sono posizionati tre immobili della stessa altezza…

L'objecte del joc, com heu pogut llegir, és completar una graella a partir de les pistes ("indizi") que es donen. En el mòdul del **mmaca** les teniu escrites en unes tires quadrades de paper, que haureu de col·locar al voltant del tauler.

Aconseguir l'objectiu és més fàcil si es donen totes les pistes possibles (encara que siguin reiteratives) i no ho és tant si es donen les mínimes que permeten completar la graella unívocament. Podeu resoldre dos o tres problemes dels que es plantegen. Podeu començar per un cas que tingui totes les pistes i després fer algun altre cas amb menys pistes.

Referències

Si us agrada el joc, podreu dedicar-hi estona! Amb el material de la sessió teniu el document original complet i us en podeu descarregar un altre del qual aquest n'és un resum...i teniu com a obsequi un joc-**mmaca** en fusta.
Podeu trobar el joc comentat a http://www.recercaenaccio.cat/basic/missatge-2-el-joc-dels-gratacels/ i hi podeu jugar en línia a http://www.recercaenaccio.cat/jocs-i-recursos-educatius/gratacels/

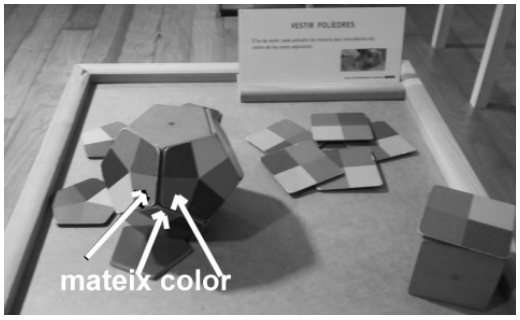
Idees per al treball en equip en els mòduls del museu. ***Sala Martin Gardner***

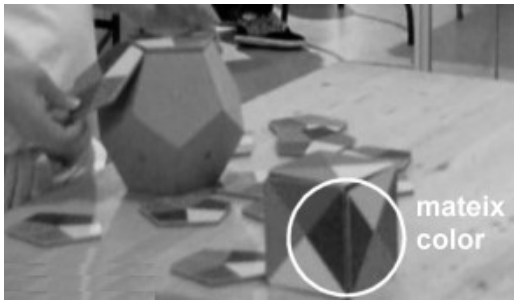
Vestir políedres

En aquest mòdul (n'hi ha diversos a la sala) es tracta d'envoltar cadascun dels políedres que hi teniu amb peces de colors. En cada peça tots els colors són diferents. Hi ha dos tipus de reptes:

- En alguns casos es tracta de fer-ho de manera que en cada vèrtex coincideixin sempre els colors dels polígons que hi concorren (un de cada cara).

- En els altres casos el que cal és que coincideixin, en cada aresta, els colors de les parelles de polígons que les determinen.



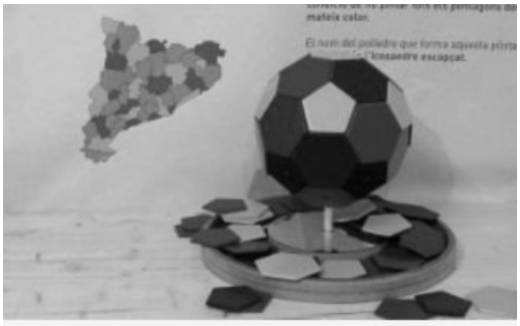


Tot pintant la pilota

És un mòdul que serveix a comprovar el *Teorema dels quatre colors*, que diu que és possible pintar qualsevol mapa amb només quatre colors de manera que dues regions que comparteixin un costat siguin de diferent color.

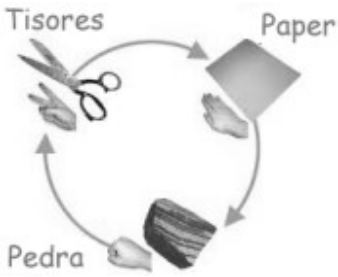
En comptes de fer-lo sobre un mapa pla, en el corresponent mòdul del **mmaca** es proposa que es faci amb una pilota de futbol, que s'ha de recobrir amb hexàgons i pentàgons imantats de diferents colors.

És més complicat del que sembla, tot i que si llegiu amb atenció el plafó de presentació del mòdul segurament tindreu una idea per avançar més ràpid cap a la solució. Tanmateix, si teniu temps, no renuncieu a trobar una de les solucions "més complicades"



Si us ha tocat treballar amb un d'aquests mòduls aprofiteu que les dimensions que tenen afavoreixen un bon treball en equip.

Pedra, paper, tisores

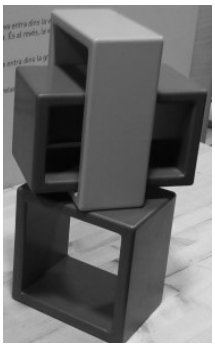


Estem acostumats a relacions d'ordre. Si en Joan és més jove que l'Anna i l'Anna és més jove que la Maria, sabem que en Joan és més jove que la Maria. Aquesta propietat d'una relació se'n diu *la transitivitat*.

Però no sempre passa això. En el joc *Pedra. Paper, Tisores* sabeu que la pedra guanya a les tisores, les tisores guanyen al paper i el paper guanya a la pedra. Hi ha dos mòduls al **mmaca** que presenten situacions com aquesta, en què no hi ha transitivitat.

Idees per al treball en equip en els mòduls del museu, a la ***sala Martin Gardner***

"Passar per dintre de l'altra" permet ordenar les caixes?



En el mòdul **Ordenació de caixes** hi ha tres cossos geomètrics, que en direm *caixes*.

- La caixa groga, pot passar per dintre de la blava?
- La caixa blava, pot passar per dintre de la vermella?
- Si *passar per dintre* fos una ordenació transitiva, què us sembla que hauria de succeir amb la caixa groga i la vermella? Succeeix realment o ens trobem amb una relació com la de pedra-paper-tisores?

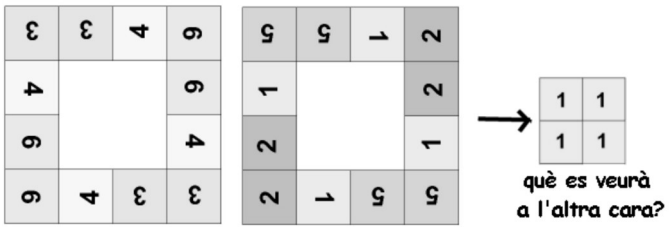
Però encara hi ha una altra circumstància que fa que aquest criteri de *passar per dintre* no serveixi per ordenar. Estudieu amb tot detall què succeeix amb la caixa groga i la caixa blava.

Més idees per a recordar Martin Gardner

Els flexàgons quadrats

La primera col·laboració de Martin Gardner amb la revista *Scientific American* (*Investigación y Ciencia* en castellà) parlava dels flexàgons. Un *flexàgon* és un polígon, habitualment pintat o decorat per les dues cares i la seva característica principal consisteix en el fet que, mitjançant idees de papiroflèxia, permet mostrar-lo com si tingués cares diverses, més de les dues que té en un principi.

Aquí teniu l'esquema d'un flexàgon que resulta d'enganxar a cara i cara els dos quadrats que teniu més avall. El sabríeu plegar com indica la figura? Què es veurà a l'altra cara? Seria possible fer això mateix que acabeu de constatar amb uns altres dos nombres?



Els mots seriats

Una de les activitats que recull Martin Gardner a partir de les idees de Lewis Carroll es coneix com a *Mots seriats* (Doublets), enigmes que segons l'autor d'*Alícia en el país de les meravelles* consisteixen en proposar dos mots de la mateixa llargada i intentar relacionar-los tot intercalant altres paraules (naturalment paraules amb sentit) que difereixin cada una de l'anterior en una sola lletra.

- Exemple: Passar de DIA a NIT
  DIA → DIT → NIT

Un altre exemple que publica Martin Gardner a partir de respostes rebudes de lectors quan va publicar a Scientific American alguns reptes de Lewis Carroll és el que demanava pasar del mico (APE) a l'home (MAN).
El lector que ho va fer amb menys passos ho feia així:

- APE → APT → OPT → OAT → MAT → MAN

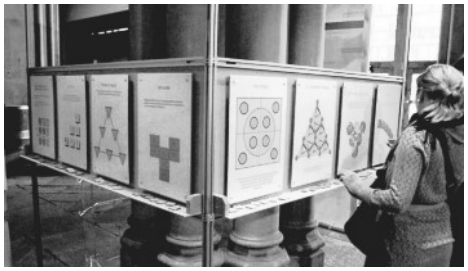
Ara us proposem que passeu de :

1) **NOU** a **DEU**
2) **MAR** a **CEL**
3) **MUSEU** a **MATES**
4) **VISCA** a **BARÇA**

Idees per a treballar en equip (o en aquest cas, individualment, repartint.-vos la feina)
en els mòduls del museu, a la ***sala George Pólya***

Reptes de càlcul

A la paret de la dreta de la sala veureu uns plafons (que a la foto teniu en una de les exposicions itinerants que ha fet el mmaca) que presenten reptes numèrics.



Podeu dedicar-hi una estona. No cal que tots feu tots els reptes; us els podeu repartir i treballar-ne un cada component de l'equip.

Referència:
Es pot accedir a una pàgina web (*Jocs numèrics amb l'Scratch*) en què es presenta una col·lecció de 30 reptes numèrics que es poden treballar interactivament, a partir de les idees del professor Ignasi del Blanco. Alguns dels reptes que heu vist als mòduls del **mmaca** hi apareixen i n'hi ha molts més i hi ha informació complementària.
Si voleu accedir-hi per treballar-hi en línia, http://www.estalmat.cat/jocsscratch.
(Hi pot haver alguns problemes de funcionament segons la versió de java que tingueu instal·lada.)

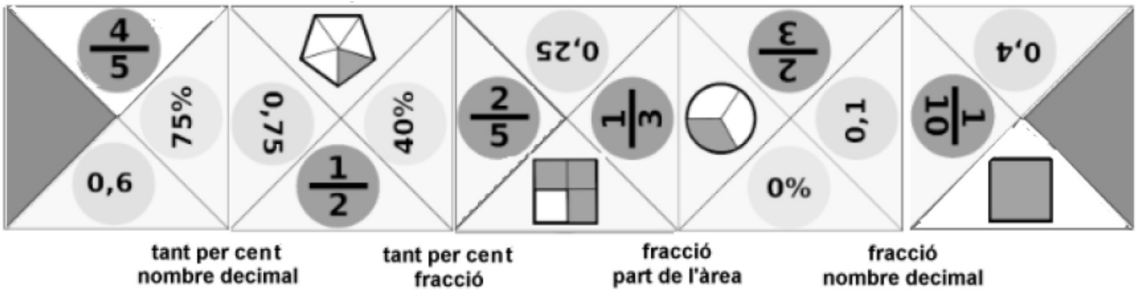
Idees per a treballar en equip en els mòduls del museu, a la ***sala George Pólya***

Trencaclosques de fraccions

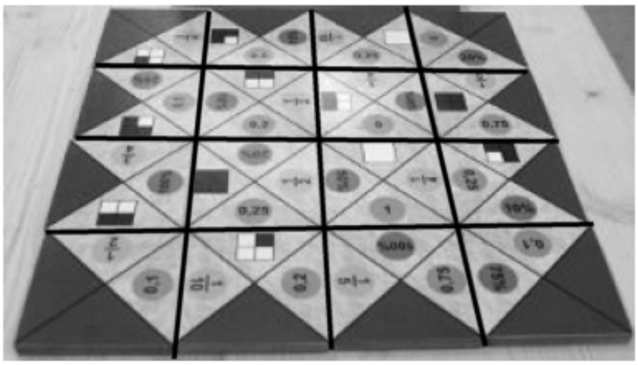
Quan entreu a la sala veureu de seguida una taula amb dos jocs (diferents) de 16 peces quadrades cada un.
(els dos jocs són a la mateixa taula, separats convenientment).

L'objectiu és fer-vos reflexionar sobre fraccions i nombres decimals, relacionar-los amb les percentatges i fer visuals aquestes quantitats com a part de l'àrea d'una figura.

Vegeu alguns models de possibles peces (no són estrictament les que hi ha al mòdul, s'han ideat per mostrar uns exemples encadenats) col·locades de manera que posen de manifest aquestes relacions.



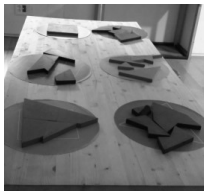
Es tracta de compondre un trencaclosques encaixant totes les setze peces de manera que, en tots els casos, cada dos costats contigus mostrin una relació correcta. Vegeu que els triangles vermells de les peces han de quedar al voltant del trencaclosques una vegada muntat correctament



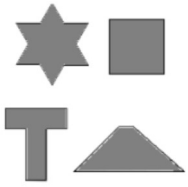
Les dimensions de les peces permeten treballar-hi col·lectivament, i això és el que us demanem. Els components de l'equip podeu repartir-vos, uns quants amb un joc, els altres amb l'altre joc.

Idees per a treballar en equip en els mòduls del museu, a la ***sala Pere Puig Adam***

Trencaclosques amb descomposicions de polígons



Tot i que no sempre sembli que serà possible, en un primer cop d'ull, hi ha un teorema que diu que dos polígons qualssevol amb la mateixa àrea es poden descompondre en unes quantes peces poligonals de manera que, amb aquestes peces, es pot construir tant un polígon com l'altre.



En aquest mòdul us proposem que practiqueu algunes d'aquestes particions, Les que es presenten al **mmaca**, estan resoltes de manera que el nombres de peces amb què es fan les descomposicions és el mínim possible. A la dreta teniu les formes de dues parelles d'aquests polígons.

Referència

Teorema de Wallace-Bolyai-Gerwien:

https://en.wikipedia.org/wiki/Wallace–Bolyai–Gerwien_theorem

Per treballar-hi més: http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/puzzles.htm

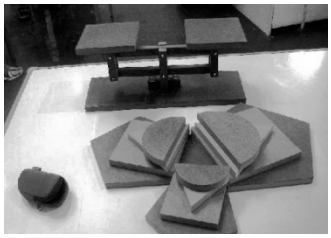
Nota: El programa GeoGebra té actualment, molts problemes de funcionament, per a aplicacions antigues guardades com a pàgina web i la seva relació amb el Java. Pot ser molt bé que no us funcionin les que hem enllaçat. Procurarem buscar la manera d'incorporar-les, com a fitxers .ggb al material de la sessió que us podreu descarregar.

Puzles pitagòrics

Si ja heu estudiat el Teorema de Pitàgores sabeu que parla del quadrat de la hipotenusa i dels quadrats dels dos catets d'un triangle rectangle.

En aquest mòdul es tracta de reforçar la idea, fonamental en el teorema, que ens diu que quan es parla de *quadrat* convé interpretar-ho com *l'àrea del quadrat*.

Trobareu tres trencaclosques que permeten fer visual el fet que la suma de les àrees dels dos quadrats construïts de manera que tinguin com a costats els dos catets d'un triangle rectangle és igual a l'àrea del quadrat construït sobre la hipotenusa.



Per reforçar més aquesta idea, tenint en compte el fet que amb peces del mateix material i el mateix gruix el pes és proporcional a l'àrea, teniu unes *balances pitagòriques*. Comproveu-hi el teorema i vegeu que es poden fer visuals algunes generalitzacions amb altres figures construïdes prenent com a base la hipotenusa i els catets d'un triangle rectangle.

Per treballar més aquest tema:

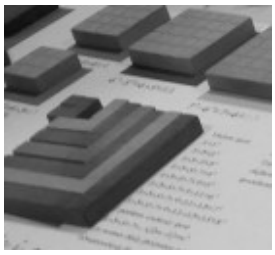
http://docentes.educacion.navarra.es/msadaall/geogebra/pitagoras.htm

amb la mateixa observació que hem fet en l'altre enllaç d'aquesta pàgina

Nombres senars, quadrats i cubs

En aquest mòdul hi teniu demostracions visuals de diverses propietats numèriques. Tot i que en aquest full ho comentem breument us aconsellem (com sempre!) que llegiu amb molta atenció els plafons explicatius i que, entre tota la colla que formeu part de l'equip de treball comenteu les deduccions que feu.

En primer lloc pot ser interessant que treballeu la relació entre la suma de nombres senars i els quadrats, que tal vegada ja coneíxieu. Redacteu la propietat:



Pero és que podreu anar més enllà! Us adonareu que sumant nombres senars també podem obtenir els cubs! Escriviu aquí com podem obtenir 4^3 i 5^3 com a suma de nombres imparells consecutius.

Si encara teniu temps per dedicar a aquest mòdul (o potser, per als més grans, podeu començar per aquí) teniu trencaclosques 3D que us permetran veure propietats de la suma de quadrats. Redacteu aquí, amb les vostres paraules (sense fórmules!) la propietat que heu pogut comprovar empíricament (és a dir, mitjançant la visualització).

Mòdul *L'anell de foc*.

Es proposen dos nivells de treball amb aquest mòdul, segons el nivell escolar dels components dels equips.

Seccions planes del cub i del cilindre (I)

- Imagineu que teniu un cub de plastilina i el talleu en dues peces mitjançant un sol tall amb un ganivet. Si observem el polígon que separa les dues peces, d'aquest polígon se'n diu *la secció d'un cub per un pla*. Quan ho feu poden resultar polígons diversos. Us demanem que estudieu quins polígons poden aparèixer quan es fa la secció plana d'un cub. Ara bé, no us proposem que ho feu amb plastilina sinó que aneu al mòdul indicat al títol d'aquesta pàgina i comproveu que allà es poden visualitzar les seccions de manera molt entenedora.

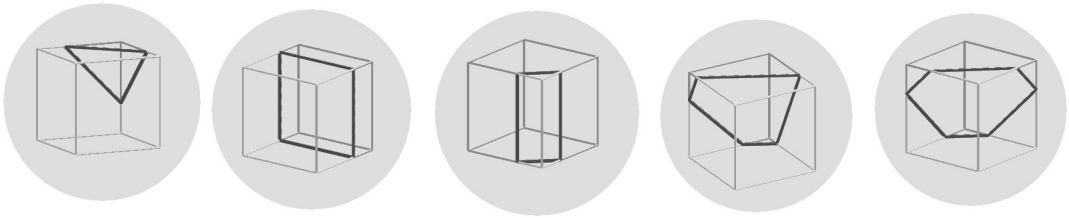
- Estudieu ara les seccions planes d'un cilindre. Quines figures apareixen?

Us demanem que ho proveu de dibuixar. En la carpeta que inclou el material de cada equip teniu fulls quadriculats que us poden ajudar en aquesta tasca.

Seccions planes del cub i d'altres figures (II)

Aneu al mòdul *L'anell de foc* i experimenteu com es fa per fer visuals les seccions planes d'un cub o d'altres figures.

- Primer de tot podeu visualitzar les seccions d'un cub que teniu dibuixades tot seguit (un triangle, un quadrat, un rectangle, un pentàgon, un hexàgon).



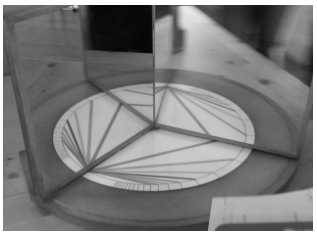
- Ara us demanem que investigueu una mica i que penseu si es pot trobar com a secció un paral·lelogram que no sigui rectangle. És un paral·lelogram d'algun tipus especial? Es pot obtenir un trapezi?
- Estudieu totes les seccions que es poden obtenir quan es talla un tetràedre per un pla.
- Si encara hi podeu dedicar més temps, estudieu també seccions del dodecàedre o d'altres cossos.

Pot ser interessant que ho proveu de dibuixar. En la carpeta que inclou el material de cada equip teniu fulls suficients per a tot l'equip.

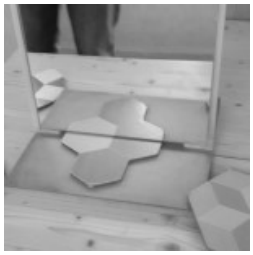
Idees per a treballar en equip en els mòduls del museu, a la ***sala Emma Castelnuovo*** *-atri central-*

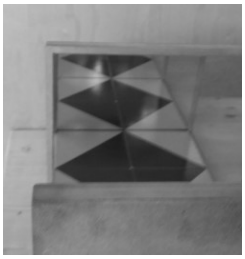
Treball amb miralls (I): Figures de pallassos, angles i polígons, mosaics.

Alguns i algunes podeu "jugar" amb un sol mirall i construir cares de pallassos, que poden ser ben diverses. I ja amb les possibilitats del treball amb diversos miralls podeu fer visuals polígons. Per exemple: de quin color aconseguiu veure un hexàgon? I un pentàgon?



I mentrestant els altres, amb un mirall, podeu aconseguir polígons acolorits de colors i formes variades i després, amb el joc amb dos miralls podeu aconseguir mosaics "infinits". Enteneu per què s'aconsegueix la visualització "infinita"?



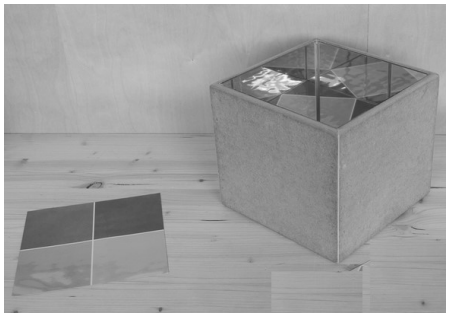


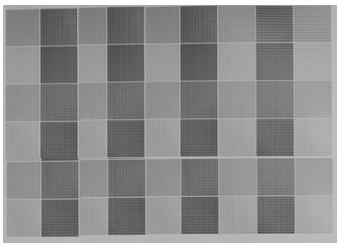
Treballs amb miralls (II): Calidoscopis per fer mosaics amb miralls

Podreu veure sis calidoscopis prismàtics, cadascun dels quals té associat un conjunt de plantilles que, situades a la base del prisma, permeten que els miralls reflecteixin una tessel·lació infinita del pla.

El mòdul també inclou un mural amb els diversos enrajolats que es poden obtenir. La feina es planteja així:

- Escull un dels calidoscopis plans, posa-hi un dels polígons pintats que li corresponen.
- Observa el mosaic infinit que es genera i busca aquest mosaic en el cartell.





Ara bé, com que veureu un mural amb molts possibles mosaics us proposem una feina encara més creativa:

- Mireu un dels mosaics i intenteu veure amb quin calidoscopi i amb quina peça individual s'ha generat

Treball amb miralls (III): Cadena calidoscòpica, calidoscopi de políedres

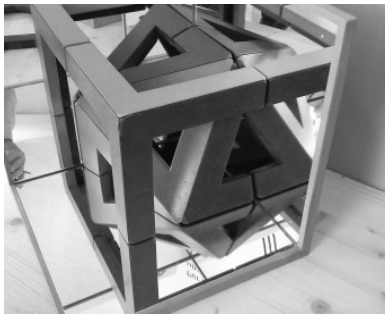
Teniu dos conjunts de tres miralls disposats formant el que se'n diu un calidoscopi catadiòptric.

En un d'aquests calidoscopis el repte és que, amb unes poques anelles i mitges anelles, aconseguiu fer visual una cadena de 12 anelles.

En l'altre teniu a punt una peça que, col·locada adequadament permet fer visual un dodecaedre. Quantes cares té un dodecaedre? La visió amb el calidoscopi, us pot ajudar per a comptar quants vèrtexs i quantes arestes té el dodecaedre?

A més a més a la taula del mòdul tindreu les peces adequades per a "construir" (és a dir, per fer visuals) un cub, un octaedre i un icosaedre. Ànim!

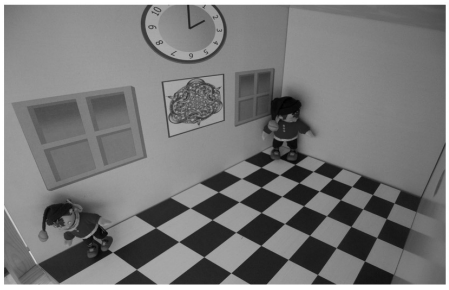
Com a repte us proposem comprovar que els centres de les cares d'un cub determinen un octaedre. A veure si ho aconseguiu! En la figura de la dreta ho teniu "a mig fer".



L'habitació d'Ames.

Una sorprenent il·lusió òptica on els objectes canvien de mida.

Aquesta és una maqueta d'una habitació distorsionada, amb les parets terra i sostre no perpendiculars, però que vista des d'un determinat punt de vista té una aparença normal. Fixa't en la mida de les figures, són iguals però, semblen molt diferents



Cal fixar-se en la forma de les parets, el sostre i el terra de l'habitació, no són pas, com és habitual rectangulars, són trapezis. Tampoc els seus angles són de 90º. També convé fixar-se en tots els detalls, finestres, enrajolat, rellotge.

Els nostres ulls transmeten al cervell imatges planes, és el cervell que construeix mentalment una representació de la realitat imaginant la situació espacial dels objectes. Aquesta representació mental la fem automàticament amb l'ajut de diferents elements:.

Al mirar l'habitació de perfils dibuixats en negre des del forat de la paret frontal, el nostre cervell la reconstrueix en les línies blaves que hi ha a l'objecte del mòdul del museu . Llavors situa la figura negre de la dreta més enrere del que és en realitat a la posició de la figura blava i així sorgeixen els efectes òptics que segur que us sorprendran..

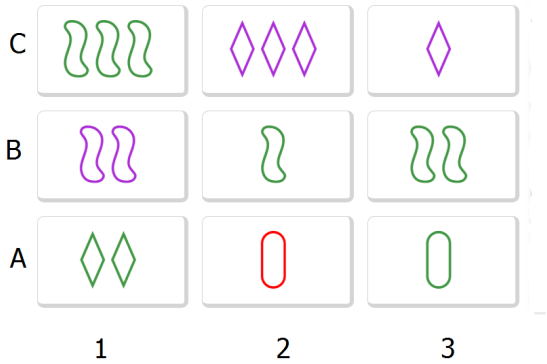
Anamorfisme cilíndric

Un altre mòdul amb il·lusió òptica.

Veureu que proporciona la visió sobre un cilindre de metall d'una figura que hi ha al terra, deformada.
En canvi per l'anamorfisme la veurem reconstruïda.

El joc del SET

Mireu aquesta imatge:



Hi veieu la representació de 9 cartes del joc del SET, per al nivell bàsic del joc.
En cadascuna de les cartes ens hem de fixar en tres característiques:

- Hi ha figures que poden ser de tres formes diferents
- Hi ha cartes amb 3 figures, cartes amb 2 figures i cartes amb una figura i totes les figures d'una carta són de la mateixa forma.
- Les figures que hi ha en cada carta poden ser de tres colors (vermell, verd i lila), i totes les figures d'una carta són del mateix color.

Les lletres A, B, C i els números 1, 2, 3 que hem posat a la imatge només serveixen per a indicar cada carta en les explicacions següents.
La carta 2C mostra rombes, n'hi ha tres i són de color lila.

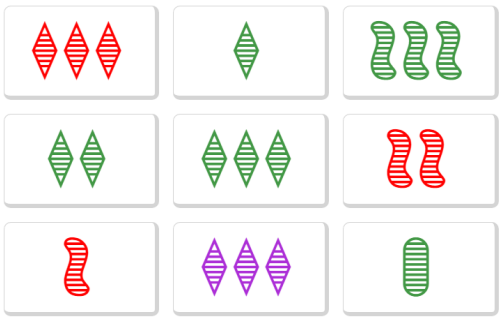
Un ***SET*** és un conjunt de tres cartes que, per cadascuna de les tres característiques anteriors, o bé totes tres cartes tenen el mateix valor o bé totes tres tenen valors diferents. El joc consisteix en buscar "a l'esprint", en el conjunt de cartes que s'exposa en cada moment trios de cartes que formin SET.

Aquí a la dreta teniu un exemple de set, formada per les cartes 3A, 1A, 1C de la figura inicial. Observeu que...

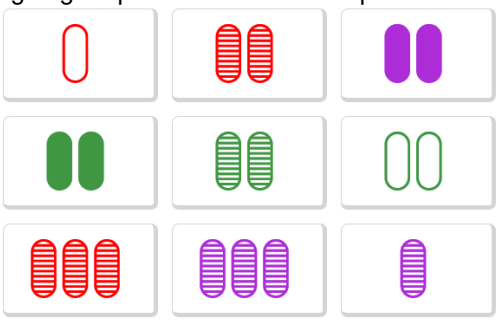
- Totes tres tenen figures de **diferent** forma
- Totes tres tenen **diferent** valor per al nombre de figures
- Totes tres tenen el **mateix** color

Repte: En el conjunt de nou cartes que teniu a dalt hi ha exactament **quatre SETs** (el que donem com a exemple i tres més). Sabríeu trobar-los?

Dos exemples més de conjunts de 9 fitxes, en cadascun dels quals hi ha 4 SETs, Tanmateix les cartes del joc del SET poden tenir una quarta característica: la textura de les peces (color sòlid, ratllades o buides) però en el joc bàsic les cartes s'han triat de manera que una de les característiques sigui igual per totes les cartes que es mostren.



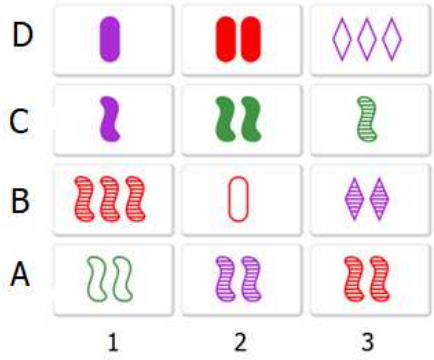
Ens hem de fixar en forma, nombre de figures,
La textura és la mateixa per les 9 cartes.



Ens hem de fixar en el nombre de figures, el color.
i la textura. En aquest exemple La forma és la mateixa per les 9 cartes.

En els nivells bàsics del joc es juga, com hem fet en la pàgina anterior, amb 9 cartes i 3 característiques diferenciades però, de fet, en el joc del SET que tindreu com a obsequi de la jornada les cartes tenen quatre característiques diferenciadores:

- Hi ha figures de tres formes diferents , o
- Hi ha cartes amb 3 figures, amb 2 o amb una. Totes les figures d'una carta són de la mateixa forma.
- Les figures poden ser de tres colors (vermell, verd i lila), i totes les figures d'una carta són del mateix color.
- Hi ha figures de tres textures diferents : plenes, ratllades i buides, i totes les figures d'una fitxa tenen la mateixa textura.



La figura mostra 12 cartes i hem de tenir en compte les quatre característiques que acabem de comentar. Com abans les lletres A, B, C, D i els números 1, 2, 3 només serveixen per a indicar cada fitxa. Així, la fitxa 3B té forma: rombe; quants: 2; color: lila; textura: ratllat

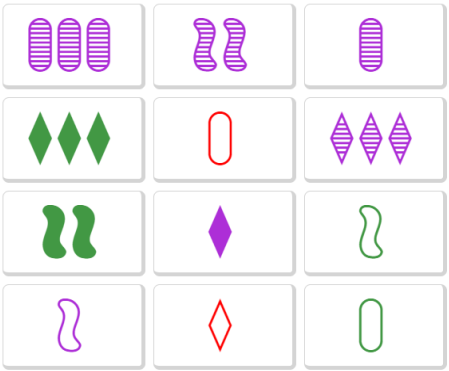
Una ***SET*** és un conjunt de tres cartes que, per cadascuna de les quatre característiques anteriors, o bé totes tres cartes tenen el mateix valor o bé totes tres tenen valors diferents.

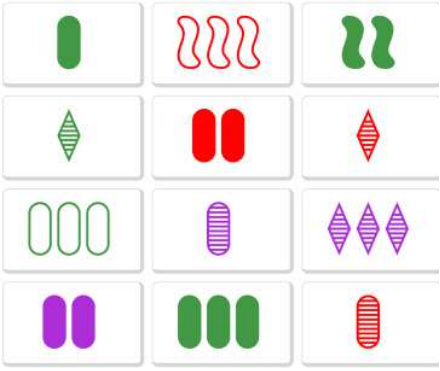
A la dreta teniu un exemple de set, formada per les cartes que podem identificar com 1D, 2A, 3D . Observeu que...

- Totes tenen figures de **diferent** forma
- Les tres cartes tenen figures de **diferent** textura
- Les tres cartes tenen **diferent** valor per al nombre de figures
- Totes tres cartes tenen figures del **mateix** color

Reptes: En el conjunt de dotze fitxes que teniu a dalt hi ha exactament **sis SETs** (el que donem com a exemple i cinc més). Sabríeu trobar-los?

I si ja els heu pogut trobar... ànim amb els dos conjunts de cartes següents, cadascun de 12 cartes amb 6 SETs.





- Es pot jugar on-line al Joc del SET des de la pàgina http://smart-games.org/en/set/submit_set

- En la pàgina del Joc : https://www.setgame.com/set/puzzle , en les dotze cartes que us donen, hi ha sempre exactament 6 SET's i us proposen que els trobeu tots 6.

El SET és un joc matemàticament molt ric, fins i tot per a estudis avançats. Algunes qüestions que us proposem, especialment "als grans":

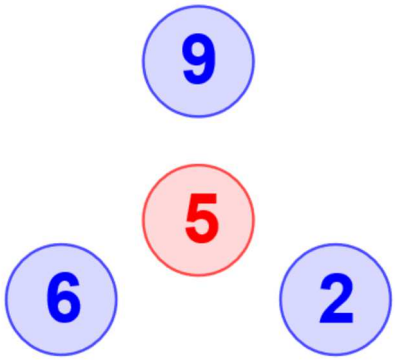
1. En el joc hi ha 81 cartes. Sabríeu raonar per què?
2. Donades dues cartes sempre n'hi ha una i només una que forma SET amb aquelles dues? Apliqueu la idea, com a exemple, a aquestes dues cartes

3. En quants SETs podem trobar una carta determinada?
4. Quants SETs diferents es poden trobar en les 81 cartes?
5. Si escollim tres cartes a l'atzar quina és la probabilitat que formin SET?
6. Quin és el mínim nombre de cartes que cal agafar per a assegurar que tindrem un SET? ("diuen" que 21)
7. ...i encara sorgeix, entre altres enunciats anàlegs als que hem transcrit, la pregunta: com s'han de triar les 12 cartes perquè hi hagi amb seguretat 6 SETs?

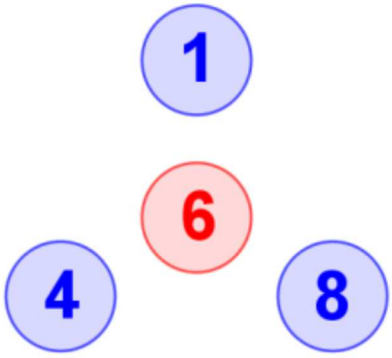
Un repte numèric, que en diem *Primilògic*.

Dues propostes a la manera del *Paraulògic*, joc lingüístic que potser coneixeu.

Es tracta d'escriure nombres primers de 2, de 3 o de 4 xifres amb les xifres donades, que es poden repetir, però en tot cas sempre s'ha de fer servir la xifra del mig. Un PLE és un nombre primer de 4 xifres, amb les quatre xifres diferents.



De dues xifres, pots fer 1 nombre(s) primer(s).
De tres xifres, en pots fer 3 .
De quatre xifres hi ha 2 plens
i uns altres 7 amb repetició



De dues xifres, pots fer 1 nombre(s) primer(s).
De tres xifres, en pots fer 3 .
De quatre xifres hi ha 5 plens
i uns altres 5 amb repetició

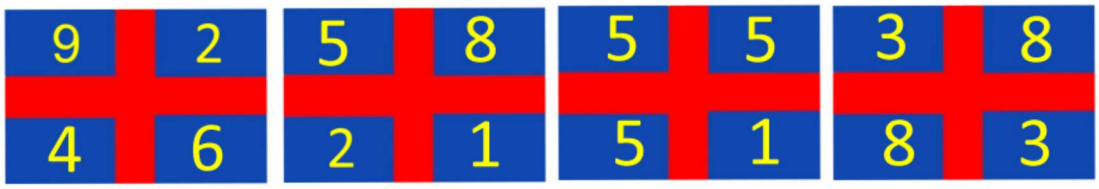
El joc del 24, una activitat de càlcul mental

- Es donen quatre nombre enters de l'1 al 9.
- Es tracta d'obtenir el 24 com a resultat d'unes operacions combinades en lwa quals es facin servir els quatre nombres donats, cadascun una vegada. (S'entén que si hi ha algun nombre repetit, per exemple, 9, 3, 2, 2 caldrà fer servir exactament els que apareixen, en aquest cas serien dos 2, un 9 i un 3)
- En alguna de les operacions parcials que fem podem obtenir un valor fraccionari. EL que cal és que al final obtinguem 24.

Exemple comentat, amb els nombres 9, 3, 2, 2.
Podem fer $(2+2)\times(9-3)=24$, o bé $9\times 2+3\times 2$... però també serviria $\left(2+\frac{2}{3}\right)\times 9=24$. Si voleu buscar alguna altra manera, penseu que sempre hem de fer servir dos 2, un 3 i un 9.

La probabilitat que escollits aleatòriament quatre nombres enter, amb possibilitat de repetició, cadascun d'ells en el conjunt {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} es pugui obtenir el 24 és molt alta, propera al 90%. Per això pot ser ben interessant agrupar-se per parelles i que cadascú proposi a l'altre/a de la parella un repte del joc del 24... i compartir-ho!

També us proposem quatre casos. Els dos últims s'acostumen a considerats "difícils" i, en concret, el darrer és el que servia de "logotip" del joc en una versió original per Internet.



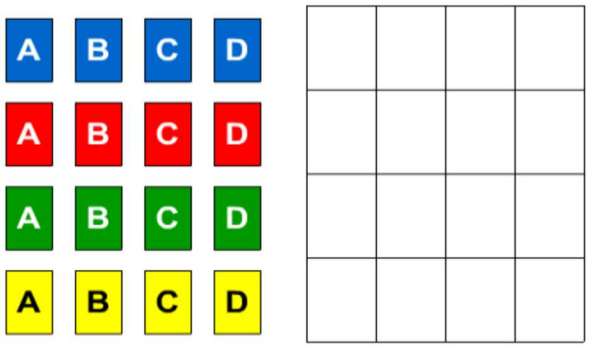
que, plantejada amb l'ordinador, obliga a una sintaxi algebraica acurada per a escriure la resposta (en especial pel que fa a l'ús dels parèntesis).

Record de Martin Gardner. Quadrats grecollatins

Arreu del món, se celebren jornades dedicades a Martin Gardner en record de l'aniversari del seu naixement.
El **mmaca** no és una excepció i es fa el darrer diumenge d'octubre. Si algun any hi podeu anar, animeu-vos!!!
En els mòduls del **mmaca,** a la sala Martin Gardner n'hi ha un dedicat als quadrats grecollatins.

En un quadrat llatí cal distribuir els elements de manera que en cada fila i en cada columna tots els valors siguin diferents. Un quadrat grecollatí afegeix condicions: cada element té dues característiques, que en cada fila i en cada columna no es poden repetir.

Es tracta de col·locar les setze peces a la quadrícula de manera que ni en cap fila ni en cap columna es repeteixi un color o una lletra. Proveu-ho!!!



Fi de la festa matemàtica:

les cúpules de Leonardo

Per acabar la jornada matemàtica desenvoluparem una activitat col·lectiva.

A partir d'una idea de Leonardo de Vinci, i seguint les indicacions de l'equip del mmaca veurem que, només amb peces com aquesta, que es poden indicar com bastons Leonardome

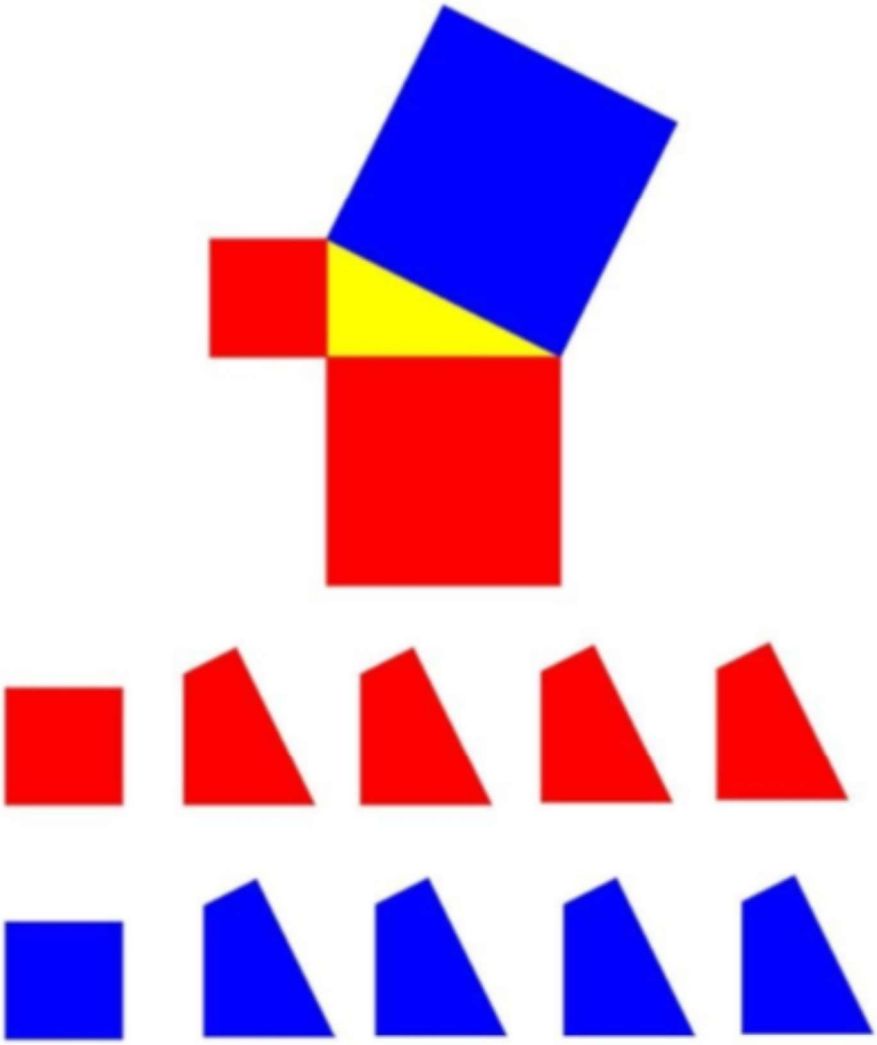
podem arribar a construir una cúpula com la de la foto i posar-nos-hi a dintre.

Ho aconseguirem? Segur que sí i que serà un excel·lent "fi de festa" !

Referència: A la pàgina web del **mmaca** trobareu una descripció de les cúpules de Leonardo, que es construeixen amb els bastons *Leonardome*, amb dos enllaços molt interessants, un a la *Guia didàctica del Leonardome*, i un altre a un interessant article d'Enric Brasó *Les cúpules de Leonardo da Vinci* a la revista **NOU BIAIX** número 42 (editada per FEEMCAT i SCM). Aquest article també el podeu descarregar directament des de https://publicacions.iec.cat/repository/pdf/00000266/00000085.pdf

mmaca
Museu
de Matemàtiques
de Catalunya

Demostració visual del teorema de Pitàgores



Les peces vermelles poden omplir exactament els dos quadrats vermells. Les peces blaves poden omplir exactament el quadrat blau. Conclusió?

Us esperem a l'esprint 2023 - 2024