XLV Olimpíada Matemàtica Activitat telemàtica prèvia
14 i 15 de novembre de 2008

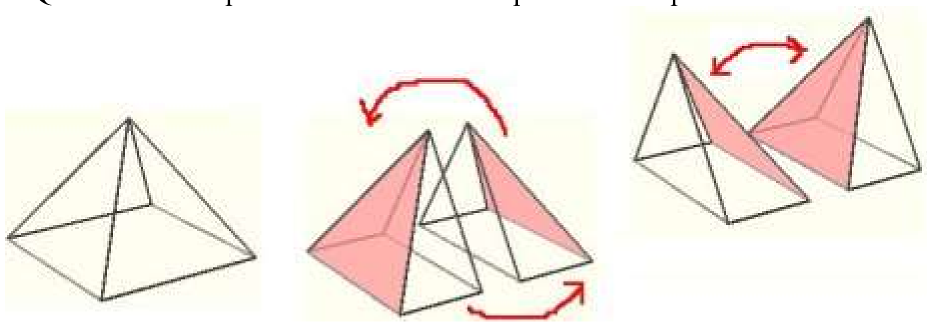
Enunciats

Problemes de 3 punts

Problema 1.
Ara, a l'any 2008, tinc una edat de m anys. Suposant que fos immortal, quin any hauria multiplicat per 11 la meva edat?

Problema 2.
En un test es plantegen 30 qüestions. La puntuació de cada pregunta és de 3 punts (si és correcta), 0 punts (en blanc) o bé -1 punt (errònia).
Quin és el mínim nombre de participants que permetrà assegurar *a priori* que almenys dos participants quedaran empatats amb la mateixa puntuació?

Problema 3.
Una piràmide quadrangular regular es talla en dues peces iguals per un pla perpendicular a dos dels costats de la base en el seu punt mitjà. Aquestes dues peces s'enganxen tot fent coincidir els triangles acolorits. Quantes cares i quantes arestes té el cos que s'obté d'aquesta manera?



Problemes de 4 punts

Problema 4.
L'equació $(((x + 5)^2 - M)^2 - 2008)^2 = 0$ té exactament tres solucions reals diferents per a un cert valor de M.
Quant val, en aquest cas, la suma d'aquestes tres solucions?

Problema 5.
L'àrea del cercle inscrit a un hexàgon regular és $16\sqrt{3}\,\pi$ cm^2.
Quants cm^2 fa l'àrea de l'hexàgon?

Problema 6.
Hem agafat quatre nombres naturals diferents i els hem sumat per parelles.
Les sumes obtingudes són 78, 80, 83, 84, 87 i 89. Quin és el nombre més petit dels quatre?.

Aquest és un dels dos problemes dels quals se't demana el raonament detallat que t'ha portat a la solució.

Problemes de 5 punts

Problema 7.
Si tirem una moneda enlaire 7 vegades successivament, quina és la probabilitat de treure com a mínim 4 cares seguides?

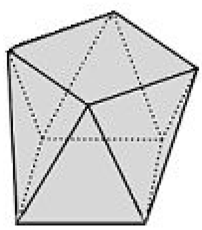
Problema 8.
El polinomi $7x^3 + 3x^2 - 12x - 6$ té tres arrels reals a, b i c.
Quin és el valor exacte de $(a + 1)\cdot(b + 1)\cdot(c + 1)$?

Problema 9.
Les fraccions següents

$$\frac{1}{1952}, \frac{2}{1951}, \frac{3}{1950}, \ldots, \frac{1951}{2}, \frac{1952}{1}$$

representen la llista de totes les fraccions que es poden escriure amb el numerador i el denominador positiu que sumen 1953.
Quantes de les fraccions de la llista són fraccions pròpies i irreductibles?

Problema 10.
La imatge mostra un políedre que té dues bases que són quadrats i cada vèrtex d'una base s'uneix a dos vèrtexs de l'altra i d'aquesta manera es formen cares laterals que són triangles isòsceles.



Si la longitud dels costats dels quadrats de les bases és 7 i la distància en perpendicular entre les bases és 6 determineu el volum del políedre.

Aquest és el segon problema del qual se't demana el raonament detallat que t'ha portat a la solució.

XLV Olimpíada Matemàtica Activitat telemàtica prèvia
14 i 15 de novembre de 2008

Resultats

Per impulsar la participació en l'Olimpíada catalana, els dies 14 i 15 d enovembre de 2008 es va celebrar una fase prèvia per via telemàtica, amb més de 100 participants.

Després d'analitzar les respostes rebudes, que atorgaven un màxim de 41 punts, i les explicacions detallades dels problemes 6 i 10, que podien atorgar un màxim de 9 punts, el tribunal qualificador ha acordat declarar ex aequo amb 50 punts les 6 persones que s'indiquen seguidament (en ordre aleatori):

- Guillem Alsina Oriol (1r BTX, IES Jaume Callís, Vic)
- Ivan Geffner Fuenmayor (2n BTX, IES Maragall, Barcelona)
- Gerard Neras Lozano (1r BTX, IES Jaume Vicens Vives, Girona)
- Arthur François (2n BTX, Lycée Français, Barcelona)
- Xavier Fernández-Real Girona (1r BTX, IES Jaume Vicens Vives, Girona)
- Bru Martinell Chicano (1r BTX, IES Jaume Vicens Vives, Girona)

Enhorabona a tots ells i a totes les persones que van participar i van gaudir una estona *fent matemàtiques*.