



**XLIV Olimpiada Matemàtica** OLIMPIADA MATEMÀTICA **Activitat telemàtica prèvia**  
**9 i 10 de novembre de 2007**

**Enunciats**

---

**Problemes de 3 punts**

**Problema 1.**

Hem calculat  $2007^{18}$  però se'ns han esborrat tres xifres. Ara tenim això

279159688324882249983099252X846882501867207857834169493624YZ

De les que se'ns han esborrat, quina és la xifra X?

\_\_\_\_\_

**Problema 2.**

Calcula el valor absolut de la suma de les solucions de l'equació  $|x + 2|^2 + 2|x + 2| - 8 = 0$ , on el signe  $| \quad |$  indica el valor absolut.

\_\_\_\_\_

**Problema 3.**

En un triangle isòsceles  $ABC$  hem traçat dues mitjanes,  $AM$  i  $BN$ , que es tallen en el punt  $P$ .

Els catets  $PN$  i  $NA$  del triangle rectangle  $APN$  mesuren, respectivament, 12 i 16 unitats.

Quina és la suma de les longituds de les tres mitjanes del triangle?

\_\_\_\_\_

**Problemes de 4 punts**

**Problema 4.**

Considerem el conjunt  $M$  format pels enters positius que tenen la propietat de ser iguals al producte dels seus divisors propis. Quants nombres hi ha al conjunt  $M$  pertanyents a l'interval  $[120, 129]$ ?

**Raona** quins són **tots** els nombres que pertanyen al conjunt  $M$ .

\_\_\_\_\_

**Problema 5.**

En un rombe  $ABCD$  coneixem les mesures de la diagonal  $AC$  (diem-li  $d$ ) i de l'altura del rombe que es pot traçar des del vèrtex  $C$  (diem-li  $a$ ). Quina és la longitud de l'altra diagonal?

Hauràs de donar la resposta numèrica d'aquest problema per  $a = 240$  unitats i  $d = 510$  unitats.

\_\_\_\_\_

**Problema 6.**

Una diagonal d'un políedre convex és un segment que uneix dos vèrtexs que no són d'una mateixa cara. Calcula el nombre de diagonals d'un dodecàedre regular.

---

## Problemes de 5 punts

### Problema 7.

Donada la mitjana aritmètica ( $m$ ) i la mitjana geomètrica ( $g$ ) de dos nombres positius  $a$ ,  $b$  calculeu en funció de  $m$  i  $g$  el valor de  $a^3 + b^3$ .

---

### Problema 8.

En una bossa hi ha 880 boles, numerades del 0 al 879. Escollim a l'atzar una bola d'aquesta bossa, la retornem a la bossa i tot seguit en traiem una altra bola a l'atzar. Si  $m$ ,  $n$  són els números que marquen, respectivament, la primera i la segona bola, calcula la probabilitat que la suma  $m + n$  sigui 879 però de manera que en fer aquesta suma (en base 10), no portem mai cap xifra.

---

### Problema 9.

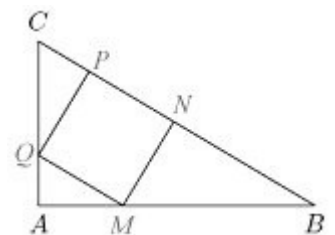
Trobeu el valor més gran de  $k$  que fa que  $5^8$  sigui suma de  $k$  enters positius consecutius.

---

### Problema 10.

En un triangle rectangle  $ABC$  s'ha inscrit un quadrat  $MNPQ$  que té un dels costats sobre la hipotenusa del triangle.

Quina és la longitud del costat del quadrat en funció de la longitud  $a$  de la hipotenusa i de les longituds  $b$ ,  $c$  dels catets del triangle?



Demostra el resultat que has indicat.

Explica una construcció geomètrica amb regle i compàs que et permeti dibuixar el quadrat inscrit en el triangle rectangle, situat en la posició indicada en la figura.

---

---



## XLIV Olimpiada Matemàtica OLIMPIADA MATEMÀTICA Activitat telemàtica prèvia 9 i 10 de novembre de 2007

### Resultats

---

Reunida la comissió avaluadora de l'activitat prèvia de la XLIV Olimpiada Matemàtica a Catalunya, ha analitzat les respostes rebudes, mantenint-ne l'anonimat durant el procés de valoració i acorda fer públic el resultat de l'activitat.

- Després de llegir acuradament els raonaments donats a les respostes dels problemes 4 i 10 i la construcció geomètrica que es demanava per al problema 10, s'atorguen els premis de l'activitat a tres de les persones que van donar la resposta correcta a tots els problemes. Són les que van participar amb les contrassenyes BT842TH, IX633CM i HQ716AK, que corresponen a
    - **Sara Víctor Fernández**, alumna de 2n de batxillerat de l'**Escola Proa de Barcelona**
    - **Enric Sánchez Cusell**, alumne de 2n de batxillerat de l'**Escola Pia de Calella**
    - **Ivan Geffner Fuenmayor** alumne de 1r de batxillerat de l'**IES Maragall de Barcelona**
  - També van enviar la resposta correcta a tots els problemes les persones de la relació següent, algunes de les quals també van aportar uns raonaments excel·lents que han fet difícil la tasca de selecció dels premiats.
    - Xavier Fernández-Real Girona, 4t ESO, IES Jaume Vicens Vives. Girona
    - Pere Planell Morell, 4t ESO, Aula Escola Europea, Barcelona.
    - Nuria CarrerasDiéguez, 1r Btx, Aula Escola Europea, Barcelona.
    - Juan José Madrigal Martínez, 1r btx, IES Màrius Torres, Lleida
    - Roc Aràjol Jové, 2n Btx, IES Francisco de Goya, Barcelona.
    - Antonio Caro Huertas, 2 Btx, IES Màrius Torres, Lleida
    - Anna Curell Garcia, 2n Btx, Aula Escola Europea, Barcelona.
    - Gabriela Fuentes Llopis 2n Btx, Aula Escola Europea, Barcelona.
    - Alberto Mantiñán Saníger 2n Btx, Aula Escola Europea, Barcelona.
    - Santiago Martínez Gómez, 2n Btx, IES Màrius Torres, Lleida.
    - Arnau Messegué Buisan, 2n Btx, IES Ciutat de Balaguer, Balaguer
    - Oriol Milà Ortega, 2n Btx, Aula Escola Europea, Barcelona.
    - Iván Nikolic Fraguera, 2n Btx, IES Goya, Barcelona
    - Núria Planell Morell, 2n Batx, Aula Escola Europea, Barcelona.
    - Xavier Tapia Gonzalez, 2n Btx, IES Ernest Lluch, Barcelona.
-