

21 OCTUBRE 2014

# PROBLEMES à l'ESPRINT

RECORD DE

MARTIN  
GARDNER

0	ZERO
1	ONE
2	TWO
3	THREE
4	FOUR
5	FIVE
6	SIX
7	SEVEN
8	EIGHT
9	NINE

L'entrega dels *Problemes a l'esprint* del curs 2013-2014 es fa el 21 d'octubre de 2014. **Martin Gardner** va néixer el 21 d'octubre de 1914. Per això li dediquem avui un record.

A l'esquerra teniu una idea visual de Martin Gardner. Va escriure els noms dels primers números fent servir una versió de les xifres, tombades, girades, fent-los una simetria. Hi sabries posar el teu nom?

# El nan juganer

Amb el material de la sessió teniu tres imatges retallades.



Les podeu compondre, com un trencaclosques, per a obtenir una sola imatge rectangular, on es veu una colla de nans. Però, quants nans hi ha a la figura?

Potser 14?



O bé 15?



Com s'explica aquest fet? Si consultem Martin Gardner ho podrem saber!

# Martin Gardner

Tulsa (Oklahoma, USA) 1914- Norman (Oklahoma, USA) 2010



Martin Gardner va estudiar filosofia i, quan després de graduar-se es va dedicar al periodisme i ben aviat va destacar en la divulgació de les matemàtiques utilitzant el seu costat lúdic. Els seus enigmes, jocs i trucs de màgia desperten encara l'interés d'un públic molt ampli.

La fama li va arribar per la columna *Mathematical Games* (Jocs matemàtics) que mensualment publicava en la revista de divulgació científica *Scientific American*, cosa que va fer durant 30 anys (1956 – 1986) i hi va tractar temes i paradoxes ben interessants, moltes de les quals van ser conegudes per molta gent a partir d'aquests articles i dels molts llibres que va escriure.

I just play all the time and am fortunate enough to get paid for it.

– Martin Gardner, 1998

A tot el món se celebren periòdicament, en nom seu trobades Gathering for Gardner (G4G) de matemàtics i aficionats per intercanviar-se noves troballes i idees. El drac tafaner que us proposem que munteu avui és el resultat d'una d'aquestes trobades. És una joia per a la comissió organitzadora dels Problemes a l'esprint que el dia del centenari del naixement de Martin Gardner ens puguem trobar per treballar una estona, i esperem que xalar, amb algunes activitats del tipus de les que ell va popularitzar.

# Uns altres quadrats màgics

Segurament ja coneixeu l'existència dels quadrats màgics, en què la suma dels nombres que hi apareixen, per files i per columnes i a les diagonals sempre és la mateixa. Avui parlarem d'un altre tipus de quadrats que també tenen una propietat sorprenent.

- Agafeu el full de calendari que teniu, que és com aquest:

OCTUBRE 2013

DILLUNS	DIMARTS	DIMECRES	DIJOUS	DIVENDRES	DISSABTE	DIUMENGE
	1	2	3	4	5	6
7	8	9	10	11	12	13
14	15	16	17	18	19	20
21	22	23	24	25	26	27
28	29	30	31			

- Seleccioneu-hi un quadrat de 4 x 4 que tingui com un dels seus nombres el 21, el dia d'avui.
- Trieu un nombre d'aquest quadrat. Destaqueu-lo i ratlleu els altres nombres de la fila i de la columna del nombre seleccionat.
- Trieu un altre nombre que no estigui ratllat. Destaqueu-lo i, com abans, ratlleu els altres nombres de la seva fila i de la columna.
- Feu-ho encara una altra vegada.
- Haurà quedat un sol nombre sense destacar i sense ratllar. Destaqueu-lo i sumeu els quatre nombres destacats.

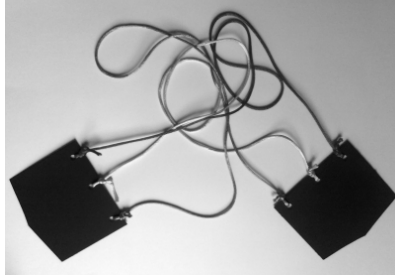
Ho comentarem! Què us sembla que succeiria si agaféssim el calendari d'octubre de 2014 i aleshores no tothom hauria triat el mateix quadrat inicial?

Explicarem una mica per què passa el que passa. Martin Gardner diu que també es poden fer quadrats amb aquesta propietat però multiplicants. En sabríeu construir un?

# Fem i desfem trenes

En el material que hi ha a la bossa de cada equip hi teniu alguns objectes que ens permetran reflexionar sobre les trenes.

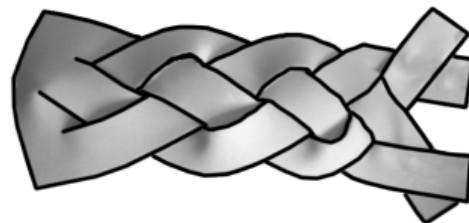
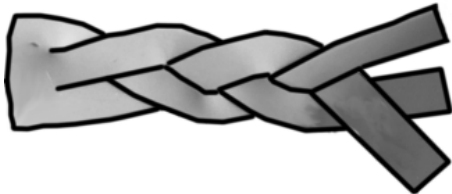
El primer és aquest:



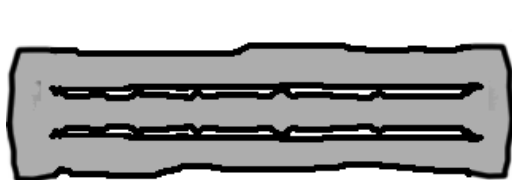
- Per parelles: un dels components de la parella posa i treu com li sembli el cartró negre d'un costat entre els cordons i així fa que els cordons s'entreteixixin formant una trena. L'altre o l'altra component de la parella ha de mirar de desfer la trena amb l'altre cartró.

També teniu peces de goma-eva perquè feu trenes.

- Amb una podeu fer una trena de tres badies i amb una altra una trena de quatre badies.



Però teniu unes altres peces de goma-eva que no tenen cap de les dues puntes retallada.



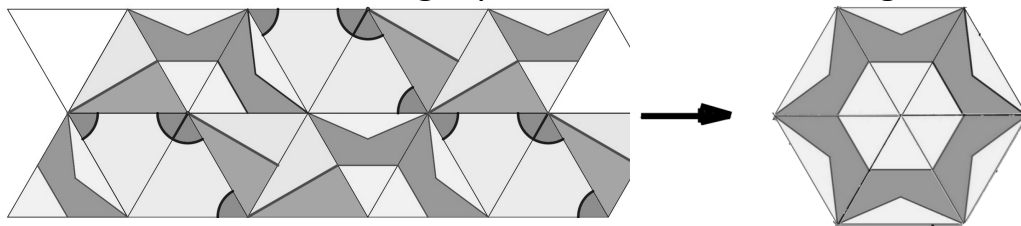
- Podreu fer trenes amb aquestes peces?

Ho comentarem!

# Els flexàgons

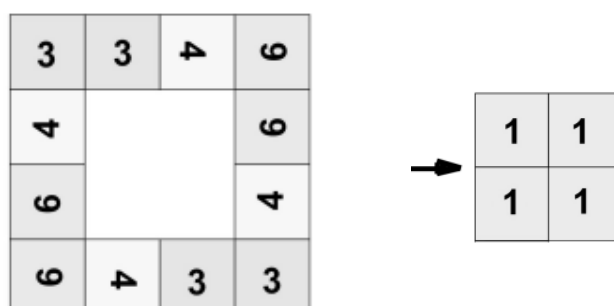
La primera col·laboració de Martin Gardner amb la revista *Scientific American* (*Investigación y Ciencia* en castellà) parlava dels flexàgons. Un *flexàgon* és un polígon, habitualment pintat o decorat per les dues cares i sovint creat mitjançant el plegat d'un full de paper. La seva característica principal consisteix en el fet que, mitjançant idees de papiroflèxia, permet mostrar-lo com si tingués cares diverses, més de les dues que té en un principi.

Teniu un full amb una imatge per a construir un flexàgon.



- Retalleu la imatge perquè quedi un polígon de paper format per 20 triangles.
- Doblegueu el paper per l'eix horitzontal central i enganxeu les dues parts del paper i així quedarà un polígon amb 10 triangles a cada costat: en una cara 10 triangles decorats; i a l'altra cara 8 triangles decorats i 2 en blanc.
- Ara ja podeu plegar adequadament el vostre flexàgon perquè es formi un hexàgon amb la figura que teniu més amunt. És el moment d'enganxar els dos triangles blancs, l'un amb l'altre.
- Experimenteu!!! Podeu veure que desplegant encertadament es van veient diferents dibuixos geomètrics. Cada decoració apareix de dues maneres... és com tingués 6 cares!

En la bossa de material de l'equip teniu dos flexàgons més per dedicar-hi una estona, avui aquí o més endavant. Un d'ells és semblant a l'anterior però amb més triangles i permet construir un hexàgon i fer aparèixer 6 cares, una per cadascun dels colors que hi veieu; l'altre és un quadrat que ja us donem imprès per les dues cares. N'heu de retallar el quadrat central blanc i podreu fer aparèixer 6 cares, cadascuna amb el mateix número quatre vegades.



# Mots seriats

Una de les activitats que recull Martin Gardner a partir de les idees de Lewis Carroll són els *Mots seriats (Doublets)*, enigmes que segons l'autor d'*Alícia en el país de les meravelles* consisteixen en:

- Proposar dos mots de la mateixa llargada i intentar relacionar-los tot intercalant altres paraules que difereixin cada una de l'anterior en una sola lletra.

Exemple: Passar de **DIA** a **NIT**

DIA → DIT → NIT

Un altre exemple que publica Martin Gardner a partir de respostes rebudes de lectors quan va publicar a *Scientific American* alguns reptes de Lewis Carroll és el que demanava pasar del mico (**APE**) a l'home (**MAN**). El lector que ho va fer amb menys passos ho feia així:

APE → APT → OPT → OAT → MAT → MAN

Ara us proposem que passeu de :

1) **NOU** a **DEU**

2) **MAR** a **CEL**

3) **MUSEU** a **MATES**

4) **VISCA** a **BARÇA**

# Problemes a l'esprint 2014

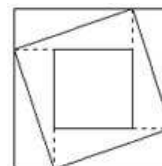
## 29 de gener de 2014. Equips de 3r i 4t d'ESO

Participació: 76 equips de 68 centres de Catalunya i el País Valencià, que van aplegar 1321 alumnes.

- Primers premis: **IES Bellaguarda d'Altea** (Marina Baixa, País Valencià) i **IES Broch i Llop de Vila-real** (Plana Baixa, País Valencià)
- Segons premis: **Institut Rafael Campalans d'Anglès** (La Selva, Catalunya) i **Institut Jaume Vicens Vives de Girona**, aquest triat per sorteig entre els centres que van tenir encert total en menys d'una hora.

Un dels problemes que van resoldre:

- Si el quadrat més gran de la figura té 16 unitats quadrades d'àrea i el més petit en té 4, quina és l'àrea, en les mateixes unitats, del quadrat que és en posició obliqua?



## 12 de febrer de 2014. Equips de Batxillerat

Participació: 42 equips de 41 centres de Catalunya i el País Valencià, que van aplegar 765 alumnes.

- Primer premi: **Aula Escola Europea** de Barcelona, amb un temps rècord en aquest nivell, de només 33 minuts.
- Segons premis: **Institut Jaume Vicens Vives** de Girona i **Institut Samuel Gili i Gaya**, de Lleida.

Un dels problemes que van resoldre:

- La suma d'un nombre capicua de tres xifres i un nombre capicua de quatre xifres és 2014. Quin és el nombre de tres xifres?

$$aba + cddc = 2014$$

La comissió dels **Problemes a l'esprint** ha acordat convidar a l'acte d'entrega de premis al centre **Oak House (Casa del Roure)** de Barcelona per la seva brillant participació en totes les categories i per l'interès que sempre ha mostrat per aquesta proposta de *fer matemàtiques* en equip.



# Problemes a l'esprint 2014

## 26 de febrer de 2014. Equips de 1r i 2n d'ESO

Participació: la més nombrosa que s'ha donat mai en cap convocatòria dels Problemes a l'Esprint: **119 equips de 104 centres** de Catalunya, el País Valencià i Balears, que van aplegar 2364 alumnes.

- Primers premis: **Aula Escola Europea** (Barcelona), **Saint George's School**, Fornells de la Selva (Gironès) i **Institut Pius Font i Quer**, de Manresa (Bages).
- Entre els altres equips més destacats s'ha triat per sorteig per a l'acte d'entrega de premis el **Col·legi Jardí**, de Granollers.

Un dels problemes demanava esbrinar on quedava el 2014 en aquesta successió de cartolines quadrades.

1	2	3	9	10	11	17	18	19	...	A	B	C
4		5	12		13	20		21	...	D		E
6	7	8	14	15	16	22	23	24	...	F	G	H

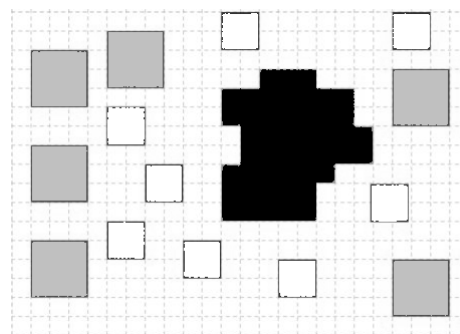
## 12 de març de 2014. Equips de 5è i 6è de primària

Participació: 37 equips de 29 centres de Catalunya i Balears, que van aplegar 989 alumnes.

- Equips més destacats: **Bell-lloc del Pla** (Girona) i els dos equips d'**Aula Escola Europea**, de Barcelona

Un dels problemes que van resoldre:

- La Rosa i en Santi han aconseguit omplir exactament el polígon de color negre amb uns quants quadrats de 3 x 3 (grisos) i uns quants quadrats de 2 x 2 (blancs), sense que se superposessin quadrats i sense que quedés cap espai en blanc. Quants quadrats han fet servir en total?

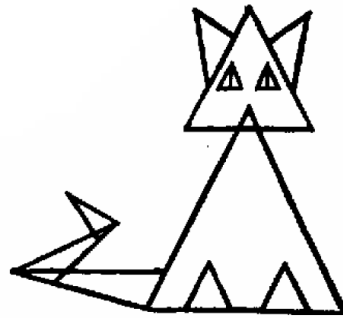
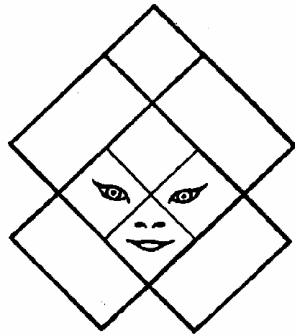


## Per pensar una estona com en totes les propostes de Martin Gardner

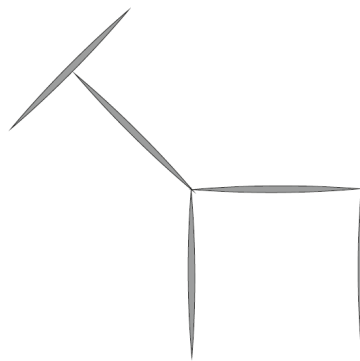
### Dos problemes per a tothom:

Quants quadrats hi ha en la primera figura (un home)?

Quants triangles hi ha en la segona (un gat)?



La figura següent mostra una girafa feta amb 5 bastons o escuradents. Es tracta de que, canviant un sol bastó de lloc la girafa s'hagi mogut amb una simetria o bé amb un gir.



---

**Aquest ja només és per als que han treballat a fons la probabilitat:**

Anunci que es fa servir per convèncer a la gent que jugui al joc que s'explica més avall.

**TRES GUANYEN I TRES PERDEN EN CADA PARTIDA!**

*Es tiren 3 daus. Els jugadors aposten per un nombre de l'1 al 6 i obtenen com a premi la mateixa quantitat que han apostat per cada dau que surti amb el seu número.*

Si ens guiem per l'anunci que es fa, es tractaria d'un joc just, és a dir l'amo del negoci del joc no tindria, a la llarga, ni guanys ni pèrdues?

# El drac tafaner

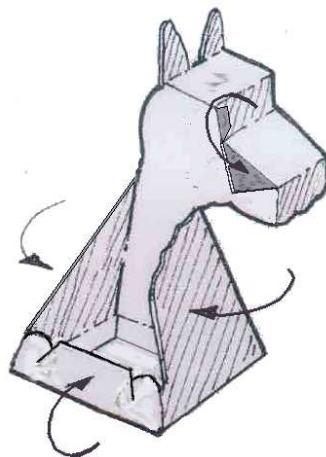
## que girarà el cap per seguir-te

Aquesta il·lusió òptica va ser creada per Jerry Andrus al 1998 en una de les *Gathering for Gardner (G4G)*, trobades que es fan arreu del món des de fa anys, ja en vida de Martin Gardner, per fruit de les coses que ens ha fet conèixer. Avui nosaltres, aquí a l'Institut d'Estudis Catalans, també fem un G4G.

Tens un full amb el drac que has de retallar i les instruccions.



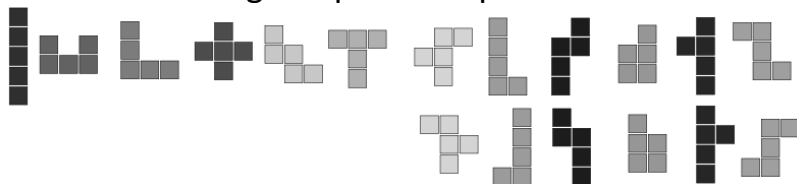
- Retalla'l i plega'l per les línies discontinúes
- Munta'l tal com indica aquest dibuix



Encabat, aguanta'l amb la mà estirada i mira'l amb un ull tancat. Ara fes-lo rodar a poc a poc...wow!!!

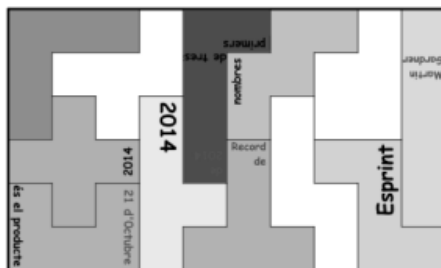
# Pentòminos

Un *pentòmino* és un polígon format per cinc quadrats units els uns amb els altres per un costat. A les capses de pentòminos (com les que teniu en els obsequis que us endureu cap al centre) n'hi ha dotze, però n'hi ha sis que si es tomben ens donen una altra figura que no es pot obtenir sense tombar-los.

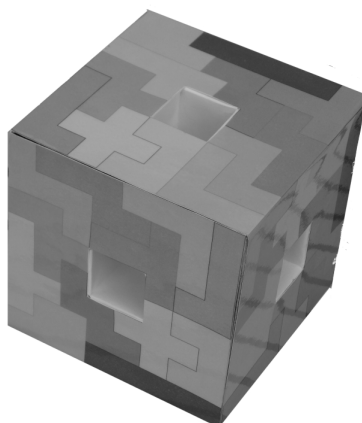


- Ara us proposem que penseu per cada un dels tres primers pentòminos (els que hi ha més a l'esquerra) quants se'n podrien situar en una quadrícula de 5 x 5. Segur que direu que el primer és molt fàcil però potser els altres dos ja no ho són tant!

Hi ha capses de pentòminos que consisteixen en un rectangle de 10 x 6. Quan hagueu tret les peces per fer algun exercici i les hagueu de tornar a guardar... aquest sí que és un bon problema (a no ser que a la caixa ens donin la solució!). Martin Gardner en va parlar a *Scientific American* l'any 1960 però la disposició dels 12 pentòminos en un rectangle de 6 x 10 no va ser resolta completament fins a l'any 1965 (John Fletcher). Existeixen exactament 2339 solucions (excloent les que resulten de girar o fer una simetria a tot el tauler). D'aquestes només n'hi ha dues en què totes les peces toquen a un costat. Us en donem una, que incorpora pistes perquè trobeu l'altra.

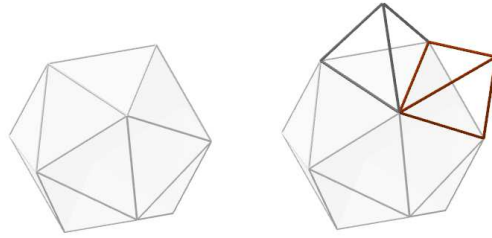


Un trencaclosques que diu algú que és més senzill consisteix a omplir un quadrat de 8 x 8 amb un forat al centre de 2 x 2. En aquest cas existeixen 65 solucions ... i també hi ha capses quadrades de pentòminos on s'han de guardar seguint aquesta idea. Vegeu exemples de solució en les cares d'aquest cub.



# Icosaedre estrellat amb globus

Com a activitat conjunta en aquesta jornada dedicada a Martin Gardner proposem la construcció d'un icosaedre estrellat.



La figura anterior mostra un icosaedre i el mateix icosaedre que en dues cares té enganxats dos tetraedres. Si ho féssim en totes les cares obtindríem l'icosaedre estrellat. Però nosaltres ho farem "de fora cap a dintre": construirem tetraedres i els juxtaposarem de manera que es vagi construint l'icosaedre interior alhora que l'icosaedre estrellat.

- 1) Cada equip construirà un tetraedre amb 6 globus (tres grocs i tres blaus, que, naturalment primer s'hauran d'inflar). Una de les cares del tetraedre ha de tenir els tres globus grocs... i l'heu d'enganxar bé amb cel·lo.
- 2) Cinc representants de cinc equips juxtaposaran els seus tetràedres perquè formin "el dalt" de l'icosaedre estrellat. També s'ha d'enganxar.
- 3) El mateix per a formar el baix... i s'enganxa amb cel·lo!
- 4) Representants de 10 equips ha de fer "una volta" amb 10 tetràedres que formaran "l'equador". Això segurament serà el que costarà més... i ho enganxarem amb compte!
- 5) Es posa el que hem dit al punt 4) a sobre de 3) i el que hem dit a 2) a sobre de 4)... i ja ho tenim!

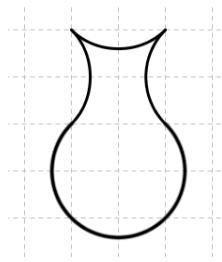
I a veure si ho aconseguim i podem fer cara de satisfacció com el dia que es va fer aquesta foto:



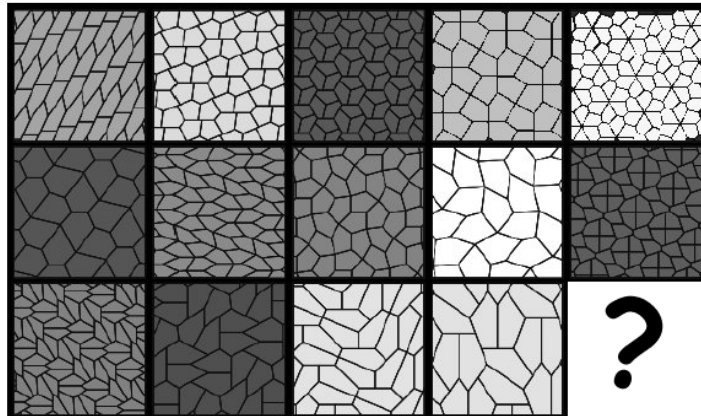
## Més propostes

### perquè continueu un altre dia

1. Estudieu, per cada tipus de pentòminos, quants se'n poden posar en una quadrícula de 5 x 5. Estudieu també quins tipus us sembla que farien possible omplir un rectangle de 10 x 6 tot amb peces del mateix tipus.
2. Mireu de construir un quadrat que tingui la mateixa àrea que aquesta àmfora:



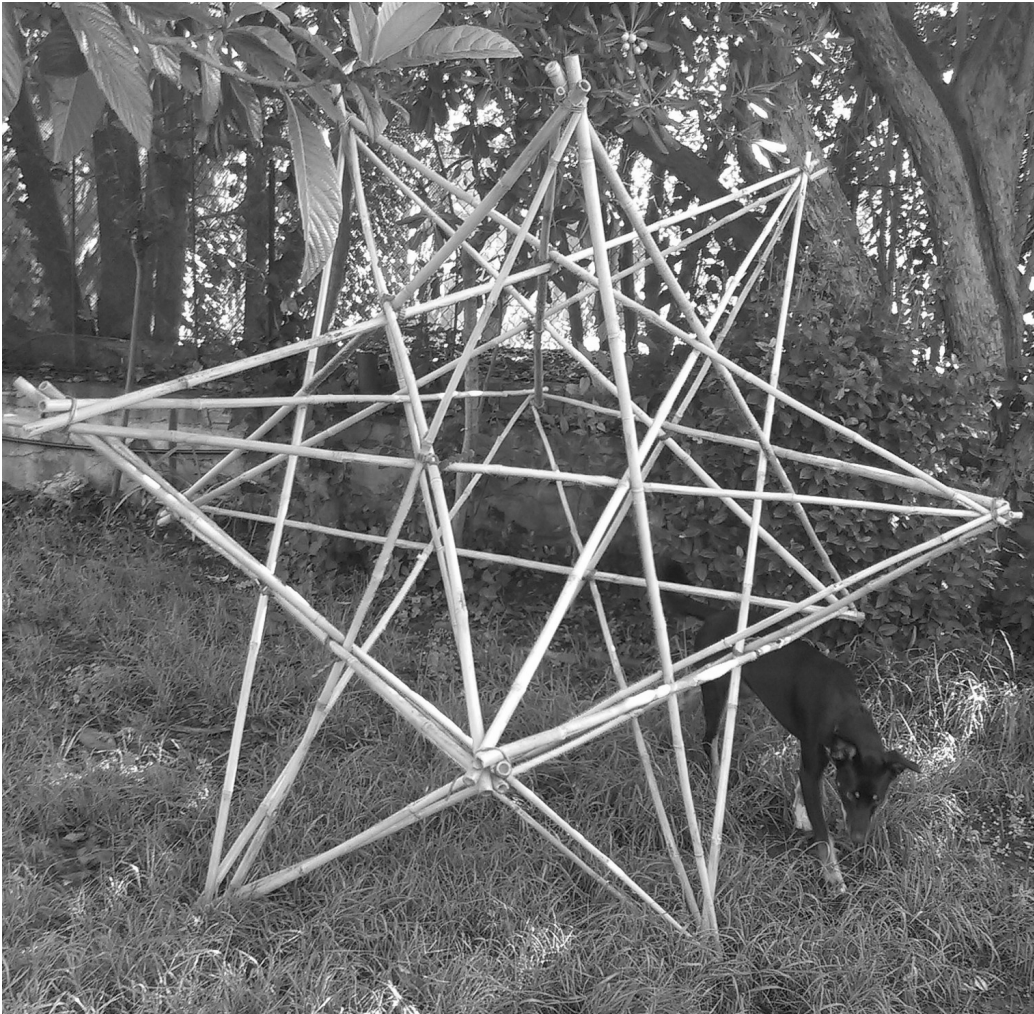
3. Una anècdota interessant relativa a les intervencions de Martin Gardner a *Scientific American* va sorgir quan s'estudiava quins tipus de pentàgons podien enrajolar un pla. Ja sabeu que el pentàgon regular no serveix.



Ja s'havia anat estudiant i se'n coneixien 8. El 1975, R. James va descobrir un novè tipus i vet aquí que una mestressa de casa americana, Marjorie Rice, fascinada pel problema i per la lectura dels articles de Martin Gardner va anar-ne descobrint quatre més, entre 1976 i 1977. El 1985, R. Stein va descobrir el catorzè tipus... i ara encara és un problema obert.

Podeu estudiar els angles que formen cada tipus de pentàgon "enrajolador" ...i a veure si en trobeu un altre. Seria un bonic homenatge a Martin Gardner!

# El dodecaedre estrellat



Després de fer amb globus l'icosaedre estrellat, heu de saber que entre els obsequis que us endureu amb la bossa del centre hi teniu el material per construir el dodecaedre estrellat i unes instruccions molt detallades per fer-ho que inclouen al final suggeriments de treballs d'ampliació.

Ànim! Dediqueu-ho a Martin Gardner!

Entitats convocants dels **Problemes a l'esprint**:



Els **Problemes a l'esprint** reben subvencions de



Les activitats d'aquesta jornada record de Martin Gardner les han preparat



Comissió  
Problemes  
a l'esprint



Institut  
Samuel  
Gili i Gaya