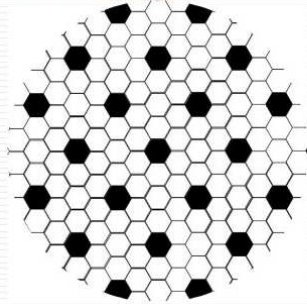


14 de desembre de 2016. Benvingudes! Benvinguts!  
a la primera convocatòria del curs 2016-2017 dels Problemes a l'esprint.



Uns éssers màgics han aconseguit enrajolar tot un pla, indefinit, de la manera com a la figura següent se'n veu un detall:



Ho han fet ajuntant peces totes iguals, cadascuna de les quals estava formada per uns quants hexàgons blancs o negres.

Quina fracció de tota la superfície del pla és de color negre?

Haureu de calcular la resposta com una fracció irreductible.

Heu de passar el denominador de la solució, com a nombre  $S$ , al problema 7.



Les pàgines d'un llibre estan numerades consecutivament: 1, 2, 3, 4...

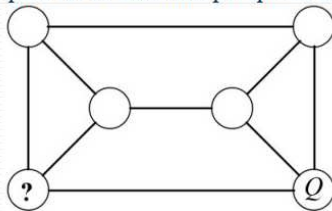
En la numeració de les pàgines el dígit 3 apareix exactament 99 vegades.

Quin és el número de l'última pàgina?



Per resoldre aquest problema cal conèixer un nombre  $Q$   
que us han de passar del problema 5  
(i que és la resposta d'aquell problema dividida per 10)

En el diagrama hem de posar un nombre en cada cercle de manera que els tres nombres en cada triangle delimitat per tres dels segments dibuixats sumin 33, i que els quatre nombres en cada quadrilàter delimitat per quatre dels segments dibuixats sumin 44.

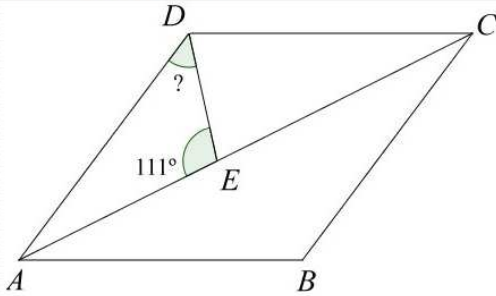


Ja tenim posat un nombre, el  $Q$  que ve del problema 5.

Quin nombre haurem de posar a la casella amb l'interrogant?



En la figura,  $ABCD$  és un rombe i  $E$  és un punt de la diagonal  $AC$  de manera que  $CDE$  és un triangle isòsceles ( $CD = CE$ ).



L'angle  $DEA$  fa  $111^\circ$ . Quina és la mesura de l'angle  $ADE$ ?

El valor numeric de la resposta passa com a nombre  $K$  al problema 9.



Hi ha estimacions que valoren la capacitat d'emmagatzematge d'informació del nostre cervell en 2,4 petabytes.

Imaginem que fos possible descarregar-la a ordinadors.

Imaginem encara més, que podem estar connectats alhora a 80 ordinadors que treballen en paral·lel per a descarregar la informació i que cada ordinador pot descarregar 5 gigabytes en 1 minut.

Quantes hores trigaria la descàrrega?

La resposta dividida per 10 passa com a nombre  $Q$  al problema 3



Quants nombres capicues de quatre xifres són suma d'uns altres dos nombres capicues diferents, també de quatre xifres cadascun d'ells?

Nota: entenem com a nombres de quatre xifres els que estan entre el 1000 i el 9999, inclosos.

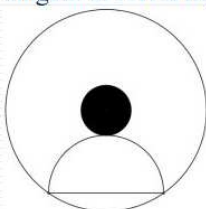


Per resoldre aquest problema cal conèixer un nombre  $S$  que us han de passar del problema 1.

Quin és el residu de la divisió de  $2^2 \cdot 3^{3S} \cdot 5^{5S} \cdot 7^{7S}$  per 8?



La figura mostra un cercle negre, concèntric amb el cercle exterior.  
També s'hi ha dibuixat un semicercle, que té els extrems del diàmetre en el cercle exterior i és tangent al cercle negre.



Si l'àrea del cercle negre és de  $4\pi \text{ cm}^2$  i l'àrea del semicercle és  $18\pi \text{ cm}^2$ , quin és el radi del cercle exterior, expressat en cm?

La solució numèrica passa al problema 9 com a nombre  $V$ .



Per trobar la resposta d'aquest problema cal conèixer el valor de dos nombres que passen respectivament del problema 4 ( $K$ ) i del problema 8 ( $V$ )

En una bossa hi ha boles blaves i boles verdes.

Si hi afegim  $K$  boles blaves, la proporció de boles blaves a la bossa, respecte el total de boles, resulta ser de  $9/14$ .

Si després afegim a la bossa  $V$  boles verdes, la proporció de boles blaves a la bossa baixa a  $9/16$ .

Quantes boles hi ha finalment a la bossa?

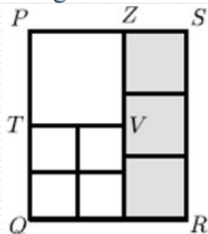
El nombre de boles demanat passa al problema 10 com a nombre  $D$ .



Aquest és el darrer repte del concurs!

Apareix un nombre  $D$  que passa del repte anterior.

La figura mostra un rectangle  $PQRS$  descompost en 8 quadrats.



L'àrea de cada quadrat ombrejat és de  $D \text{ cm}^2$ .

Quina és l'àrea del quadrat més gran, és a dir  $PTVZ$ ?